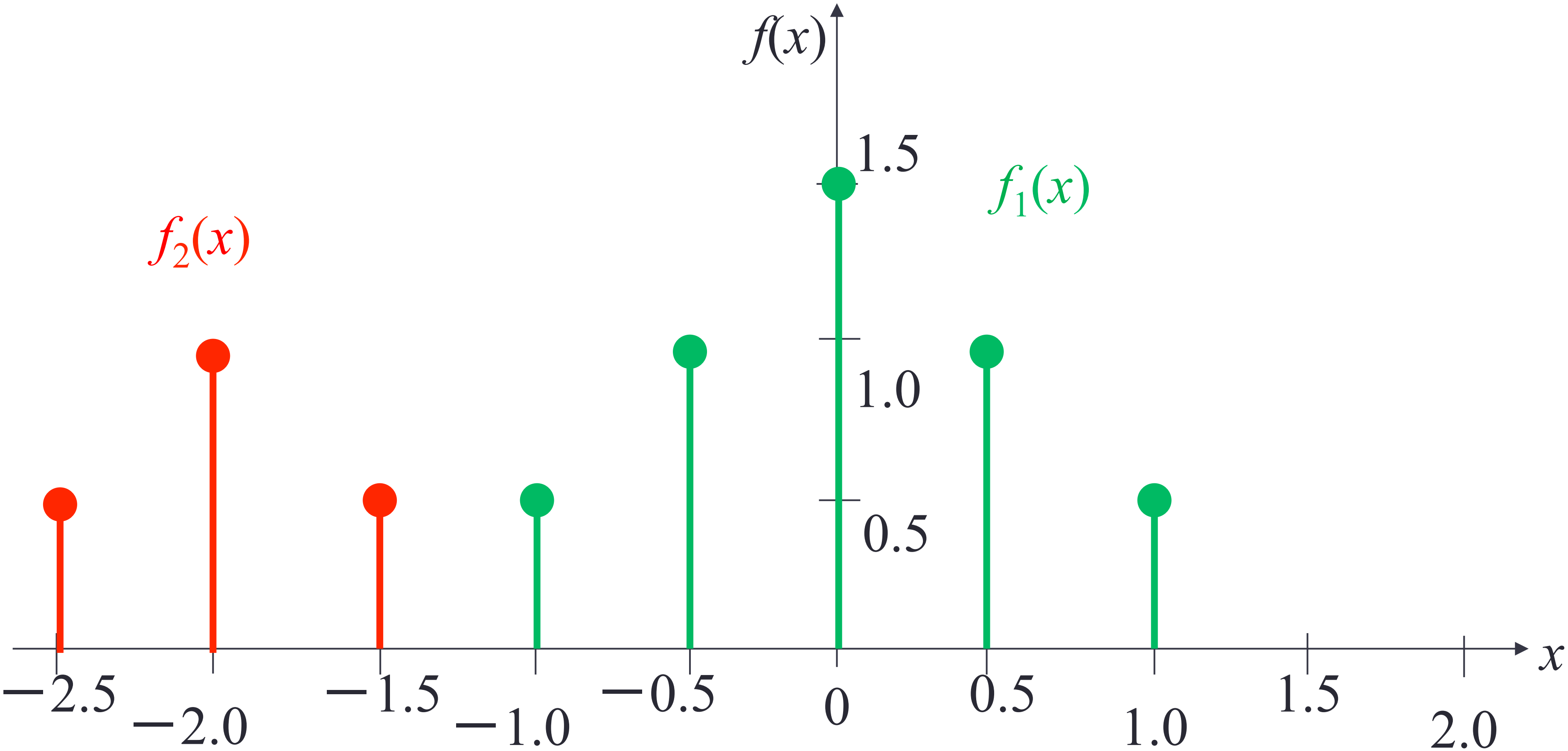
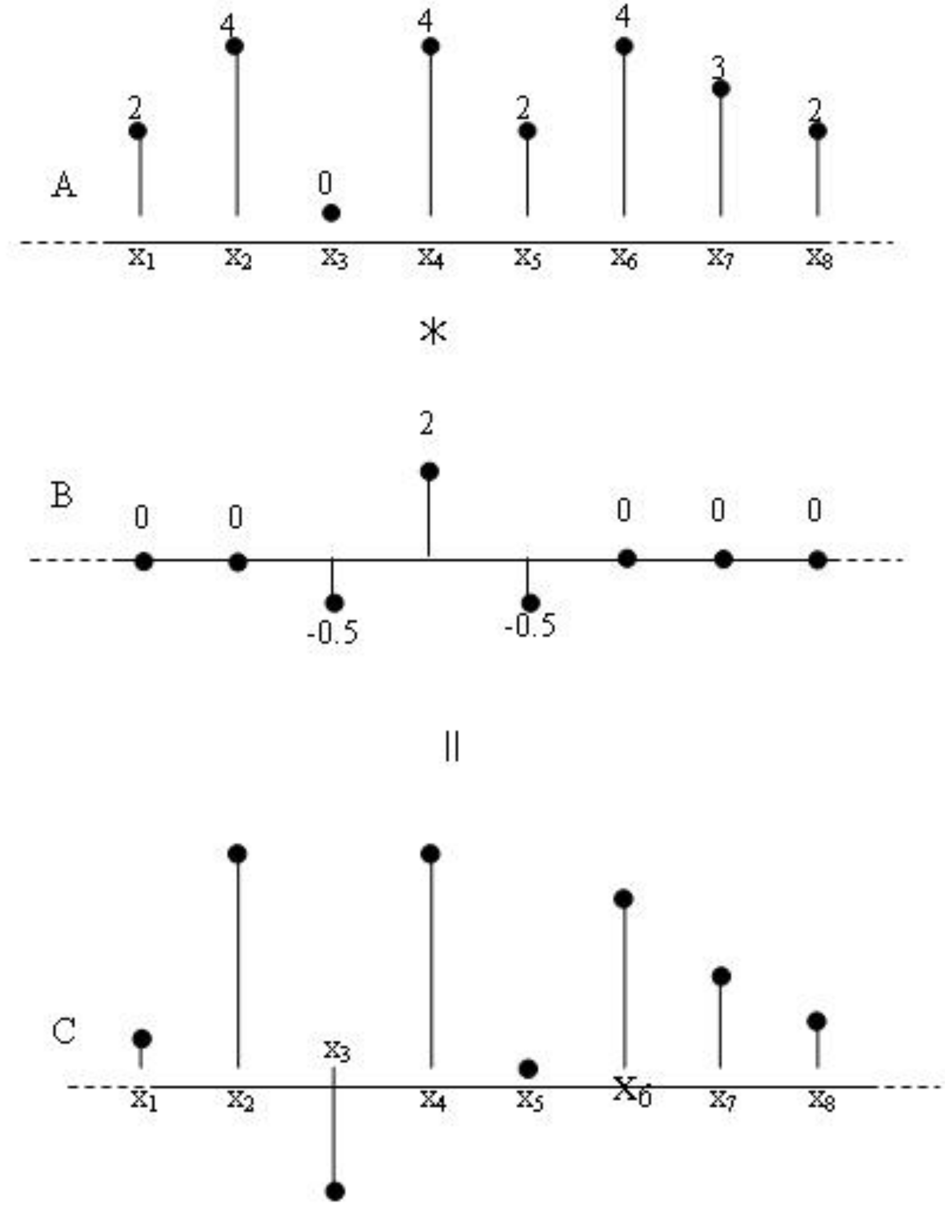


$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y) f_2(x-y)\,dy$$

国家試験問題

Aのデータに対し、Bのカーネル（核関数、コンボリューション関数）でコンボリューションして、Cの結果を得た。図の座標x6におけるCの値はいくらか。
なお、図A,B,Cの縦軸のスケールはそれぞれ異なっているが、図A,Bには各点の値を数値で記してある。

1. 1.5
2. 2.0
3. 3.5
4. 5.5
5. 7.0

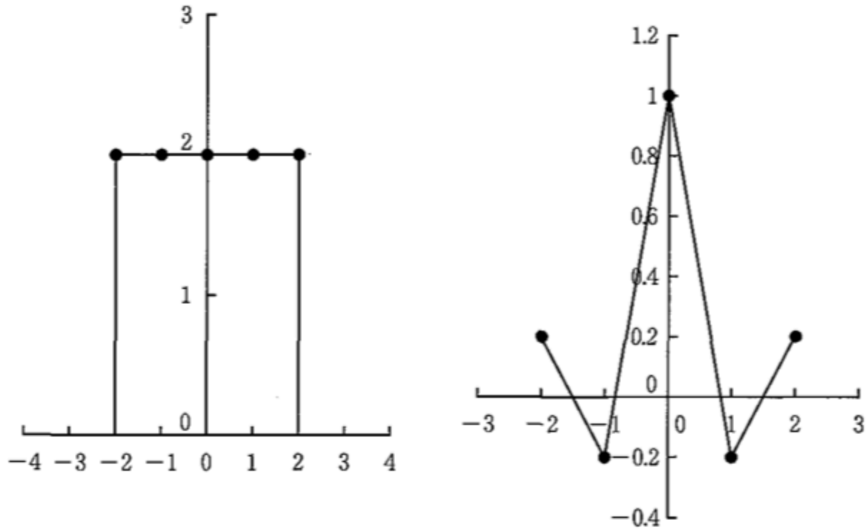


問題 96 図１ａはあるシステム関数 $f(x)$ $\{|x| \leq 2$ ；$f(x) = 2$，$|x| > 2$ ；$f(x) = 0\}$、図１ｂはフィルタ関数 $h(x)$ $\{h(\pm 2) = 0.2,\ h(\pm 1) = -0.2,\ h(0) = 1.0\}$ である。

システム関数 $f(x)$ とフィルタ関数 $h(x)$ との畳込み積分は図２のうちどれか。

ただし、標本化間隔は１とする。

1. ア
2. イ
3. ウ
4. エ
5. オ



ａ　システム関数　$f(x)$　　　ｂ　フィルタ関数　$h(x)$

図１

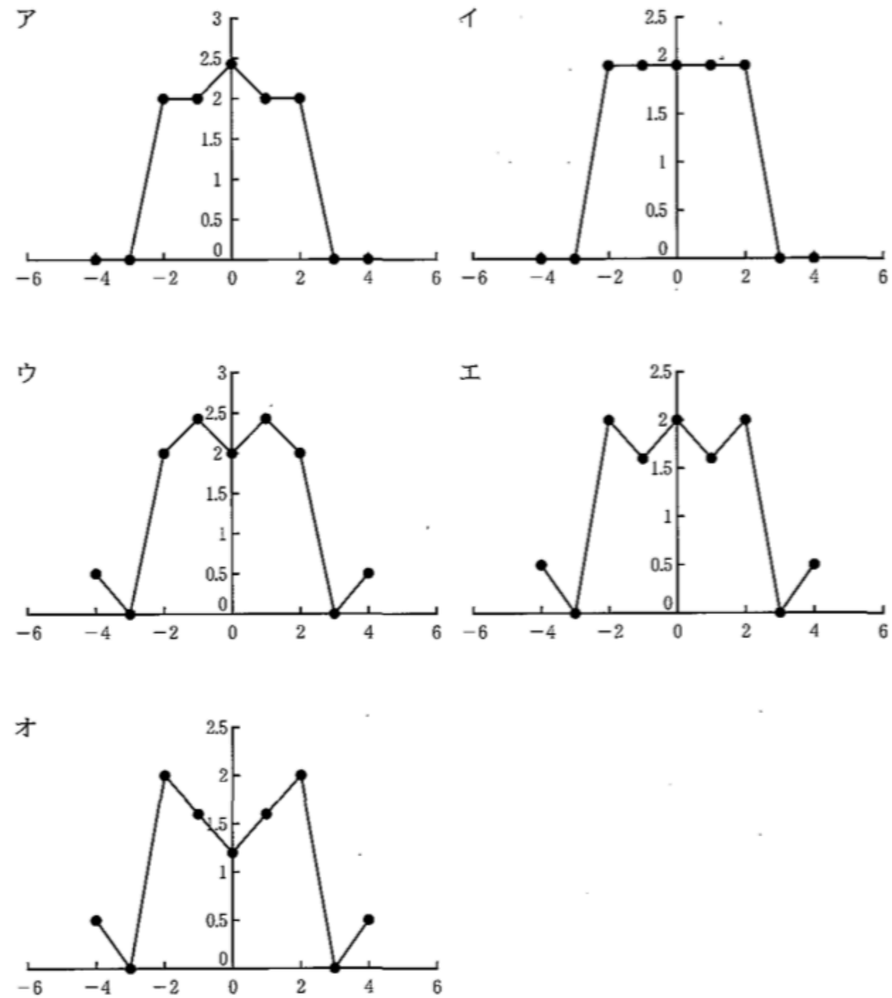


図２

●線形システム応答

Linear System response

●インパルス応答

Impulse response

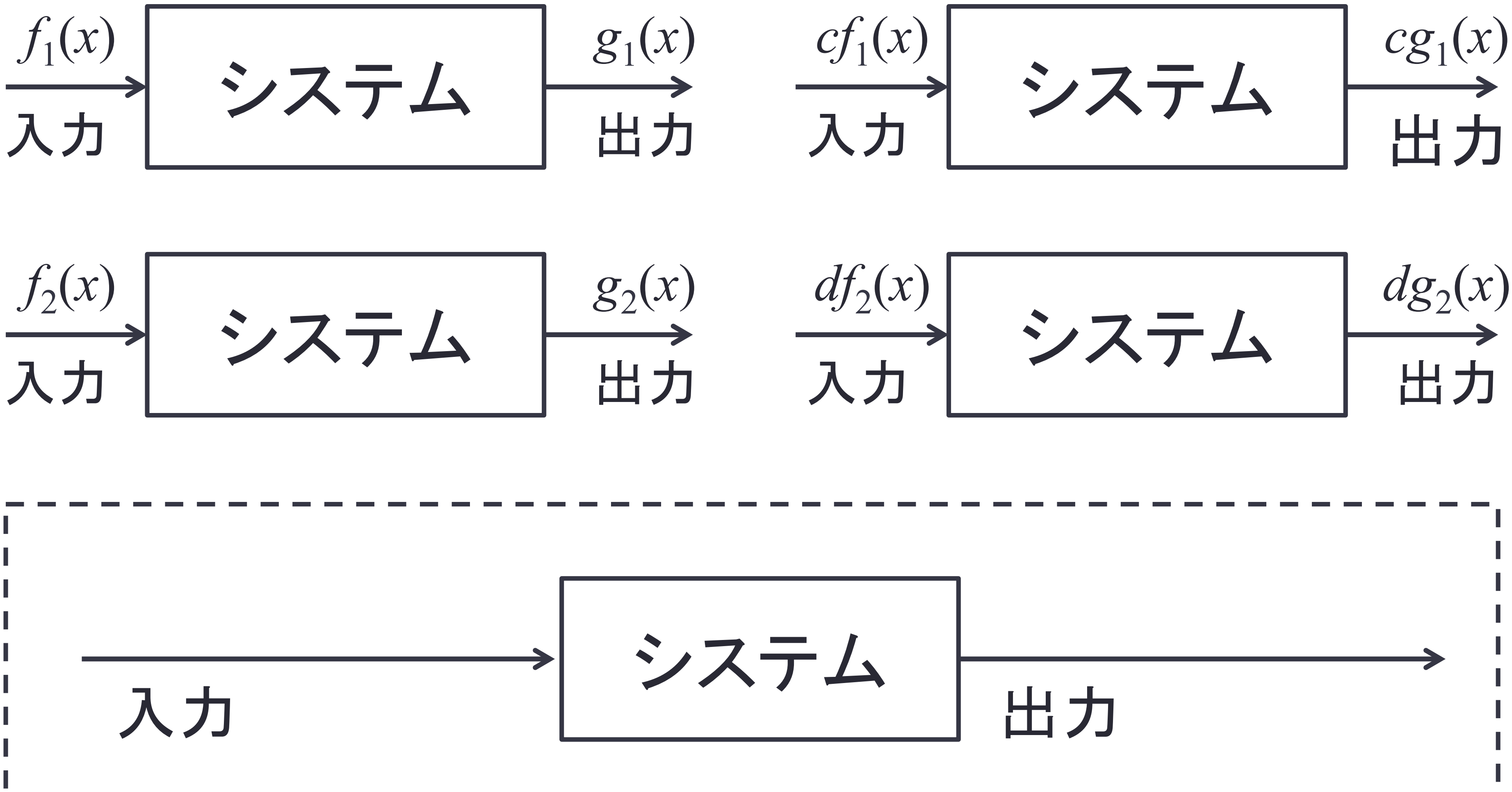
●2次元ディジタル画像の
離散フーリエ変換

DFT：Discrete Fourier transform

あるシステムの入力と出力の関係

$$L\left[f(x)\right] \rightarrow g(x)$$

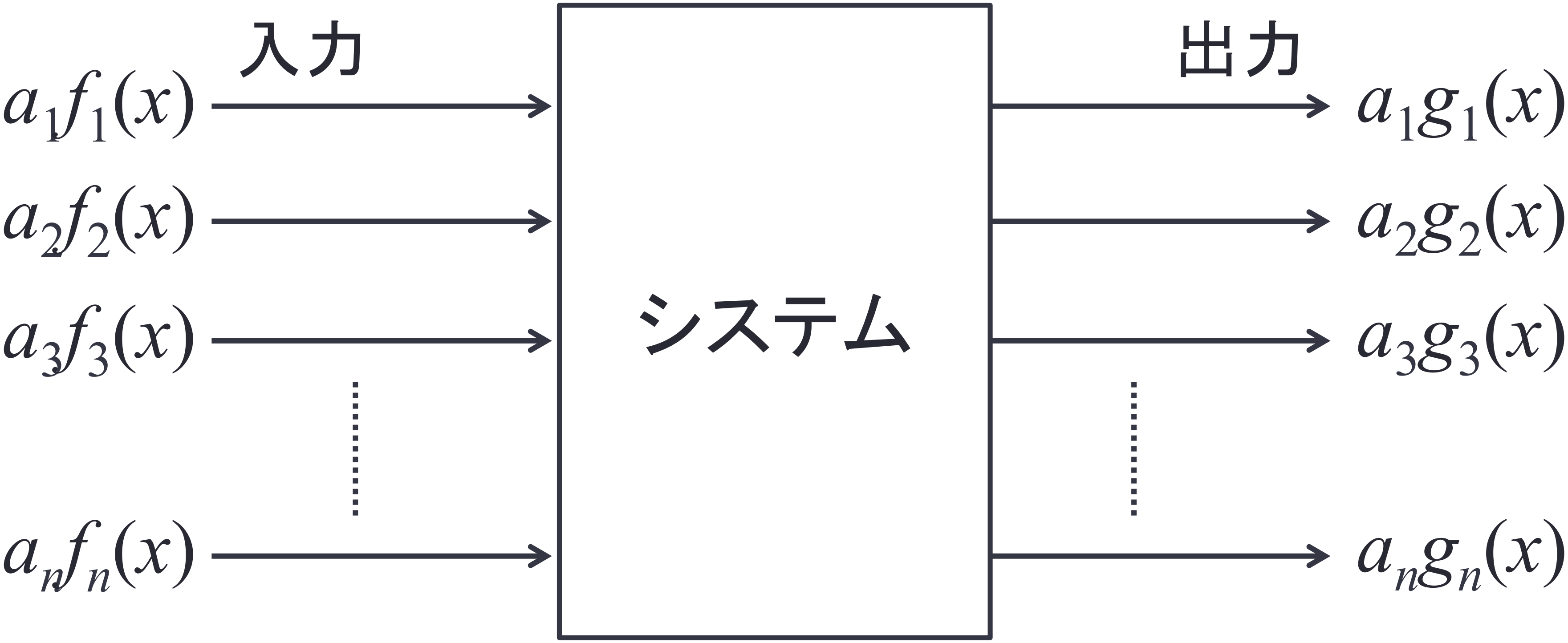
例：ある装置，ある機械，増感紙ーフィルム，
イメージングプレート



成立するならば，

このシステムは「________」（additive）をもつことになる

加法性（additive）



$$L\left[a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \cdots + a_n f_n(x)\right]$$
$$\to a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x) + \cdots a_n g_n(x)$$

$$L\left[f\left(x\right)\right] \rightarrow g\left(x\right)$$

時間あるいは空間を少しずらす！

成立するならば,

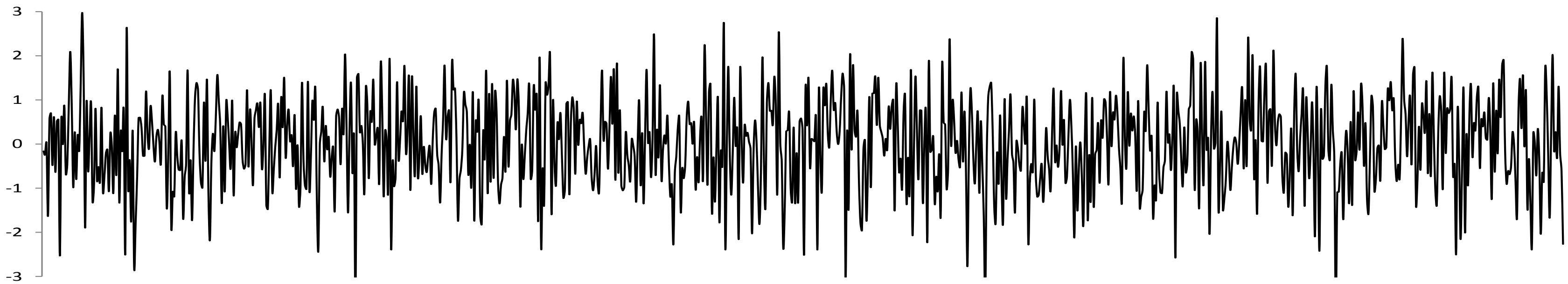
このシステムは「_______」（stationary）をもつことになる

定常性（stationary）

入力をずらした場合，出力も同じ分だけずれる

$$L\left[f\left(x-\tau\right)\right] \rightarrow g\left(x-\tau\right)$$

- 信号はランダムだがある決まった確率分布に従っている
- 時間や位置によって確率分布が変化しない確率過程．
- 平均や分散が時間や位置によって変化しない．



ホワイトノイズ（白色雑音）

結論：

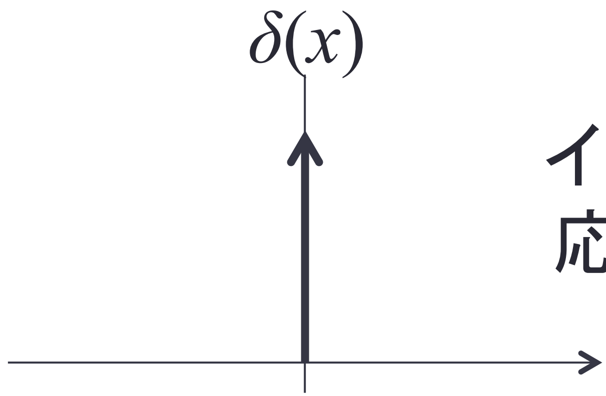
「加法性」と「定常性」の２つの性質をもつシステムを＿＿＿＿＿＿＿＿と呼んでいる

加法性：$L\left[a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x)\right] \rightarrow a_1 g_1(x) + a_2 g_2(x)$

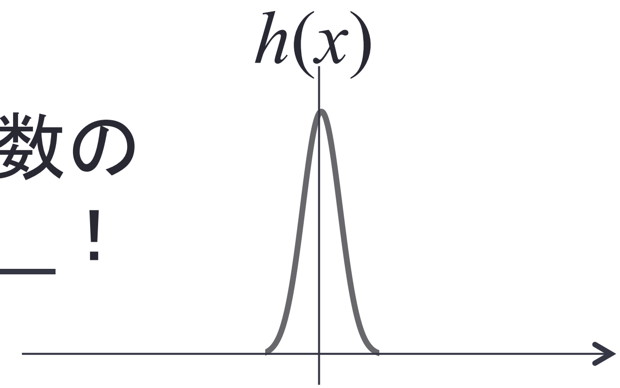
定常性：$L\left[f(x-\tau)\right] \rightarrow g(x-\tau)$

インパルス応答
Impulse response

デルタ関数に対する線形システムの応答のこと



インパルス関数の応答は________！



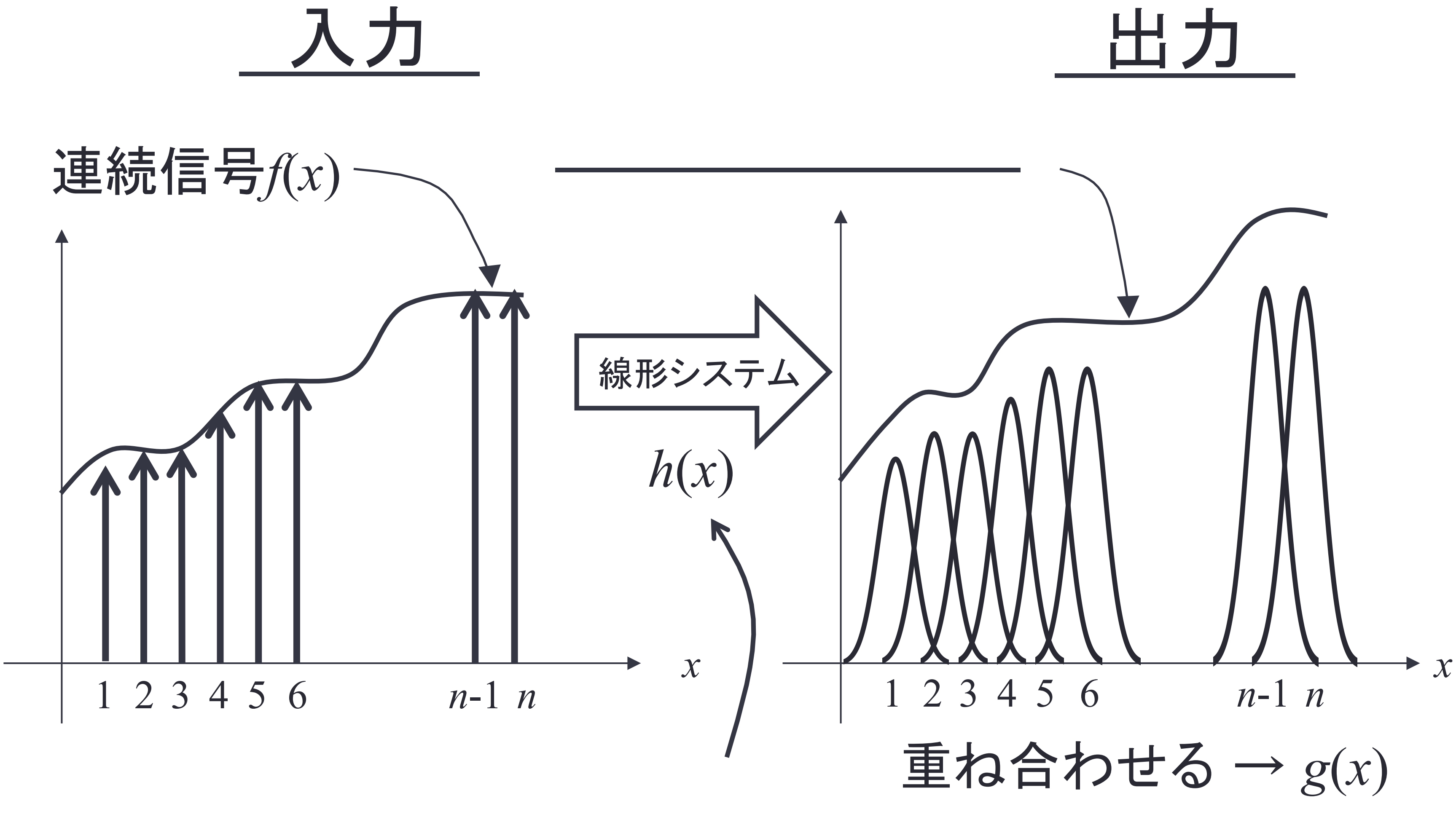
連続関数に対する応答

入力がインパルスでなく，連続信号$f(x)$であった場合，どのような応答になるか．

連続信号 ⟶ 沢山の＿＿＿＿＿＿＿＿の集合とみなす

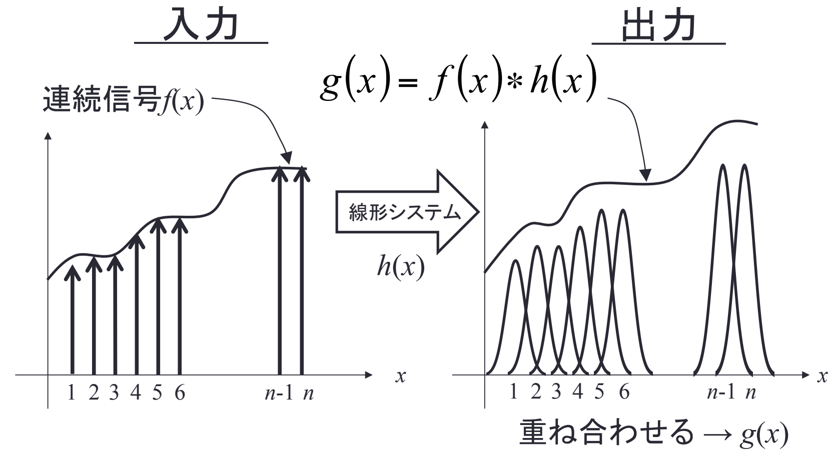
$f(x)$

入力とインパルス応答の畳み込み積分



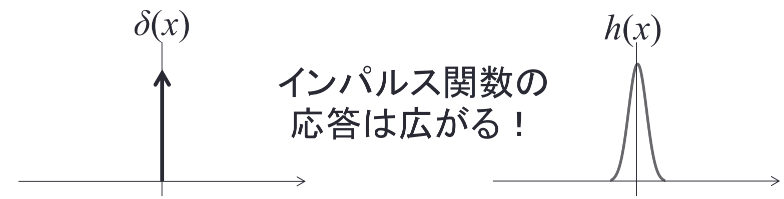
入力の連続信号$f(x)$はデルタ関数$\delta(x)$との＿＿＿＿＿＿＿で表される

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot\delta(x-\tau)d\tau$$



$\delta(x)$の応答（インパルス応答）

$$h(x)=L[\delta(x)]$$



$f(x)$に対する出力$g(x)$は

$$g(x)=L[f(x)]$$

$$=L\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot\delta(x-\tau)d\tau\right]=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot L[\delta(x-\tau)]d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\cdot h(x-\tau)d\tau=\underline{\qquad\qquad\qquad}$$

$$f(x) \xrightarrow{FT} F(\omega)$$

$$h(x) \xrightarrow{FT} H(\omega)$$

$$g(x) \xrightarrow{FT} G(\omega)$$

インパルス応答

<u>入力</u>

$h(x)$

<u>出力</u>

$f(x)$

$g(x) = f(x) * h(x)$

$\longrightarrow$ 線形システム $\longrightarrow$

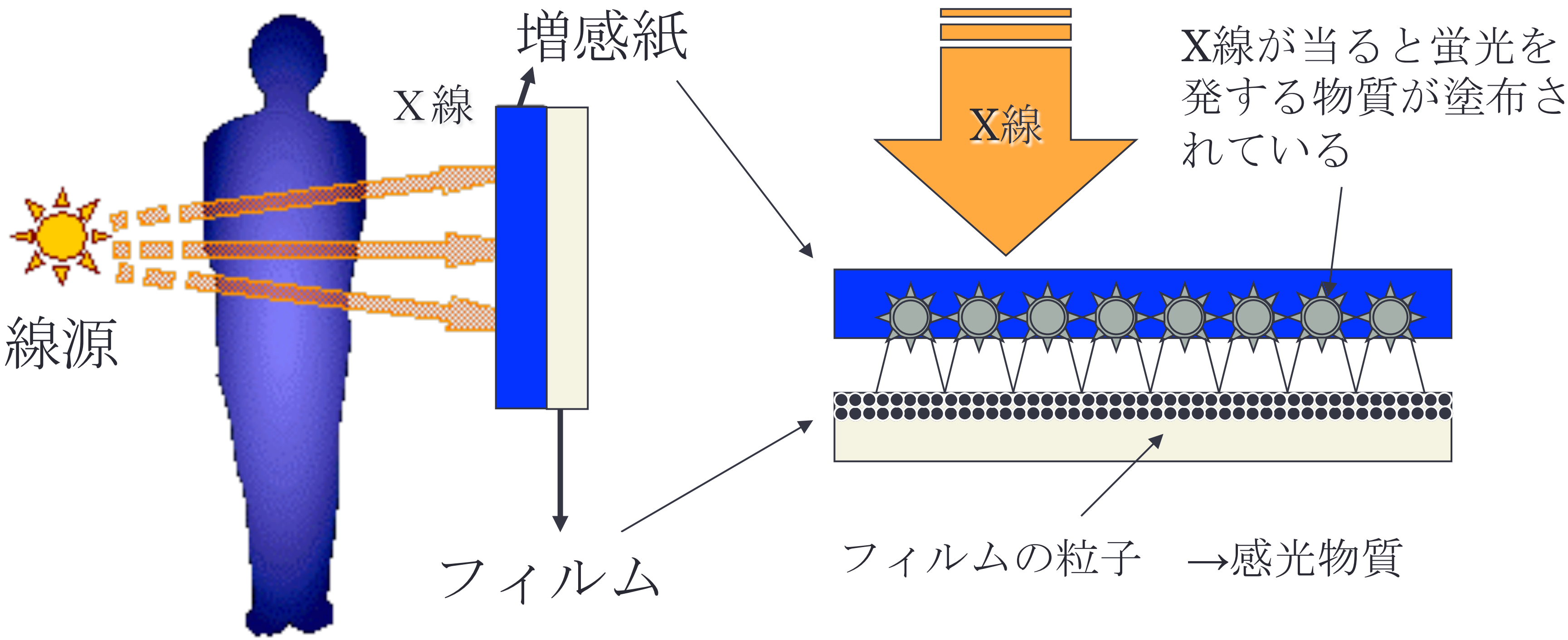
$F(\omega)$

$G(\omega) = F(\omega) \times H(\omega)$

$H(\omega)$

________________ or ________________

X線撮像系の画像評価は,
線形システムを前提としている！



フィルムは＿＿＿＿＿＿を満足しない

増感紙ーフィルム系の線形性

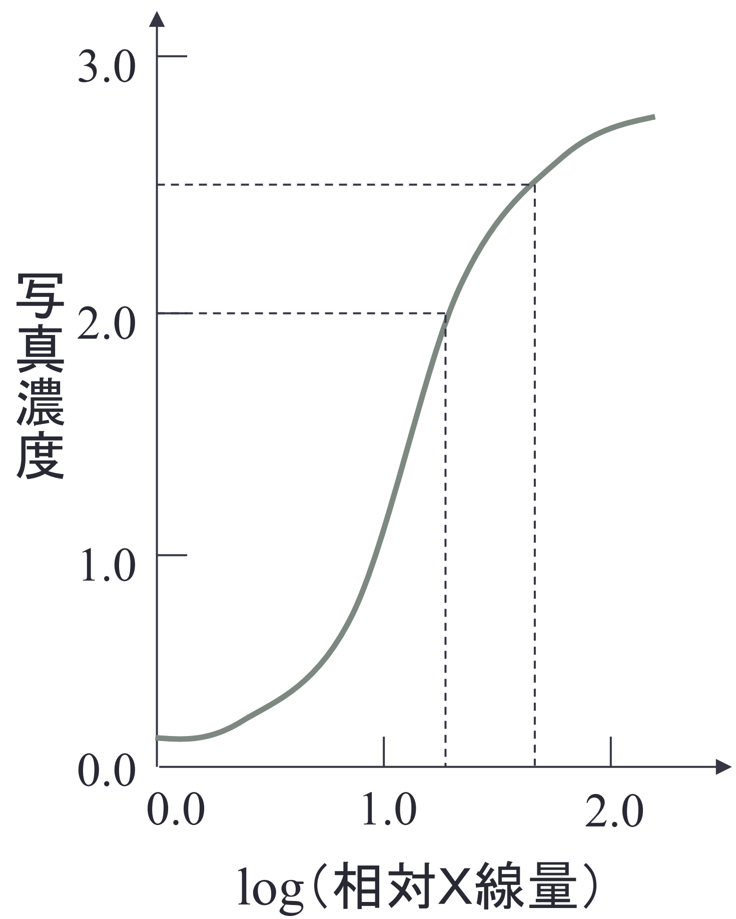
フィルムの特性曲線を用いて濃度からX線強度に変換することにより，
______________として取り扱うことができる

有効露光量変換

濃度 ⟶ X線強度

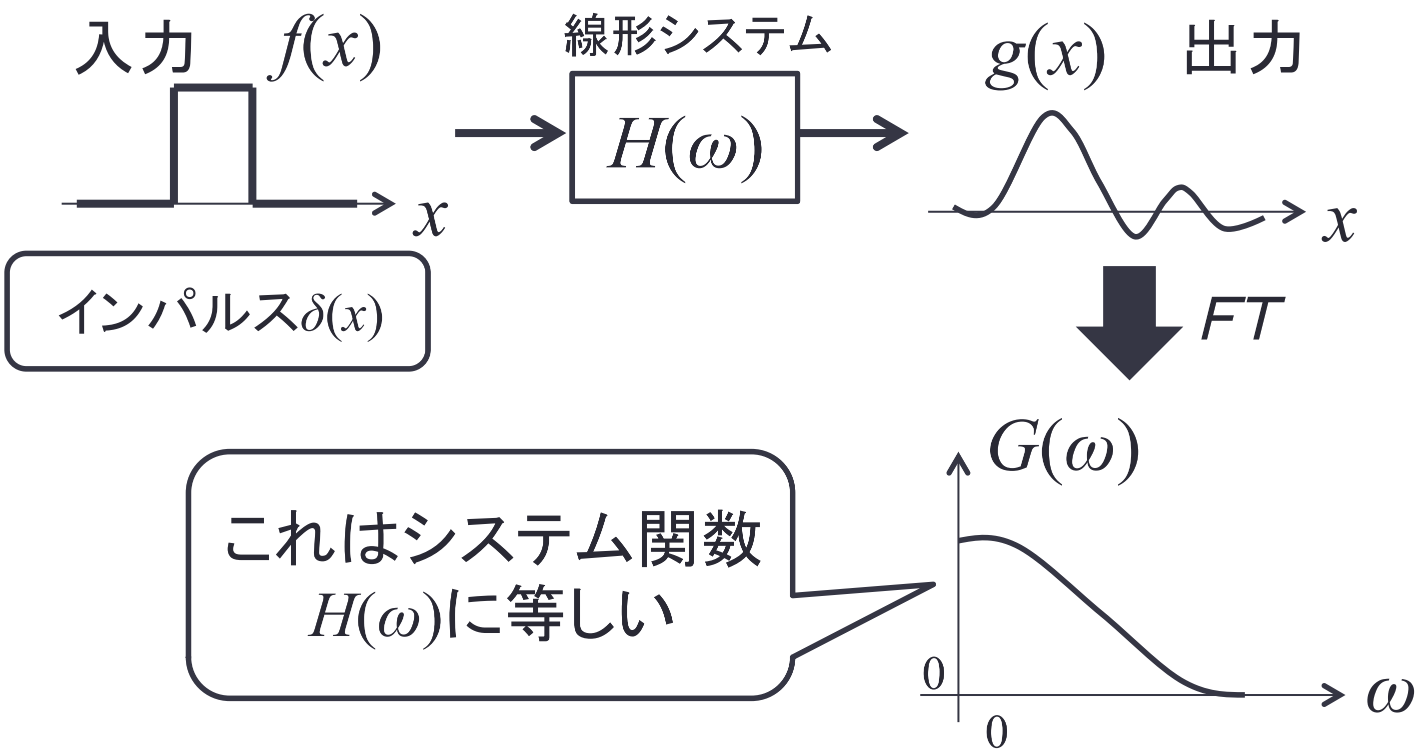
線形化

有効露光量：ある濃度を得るのに必要なX線量（露光量）

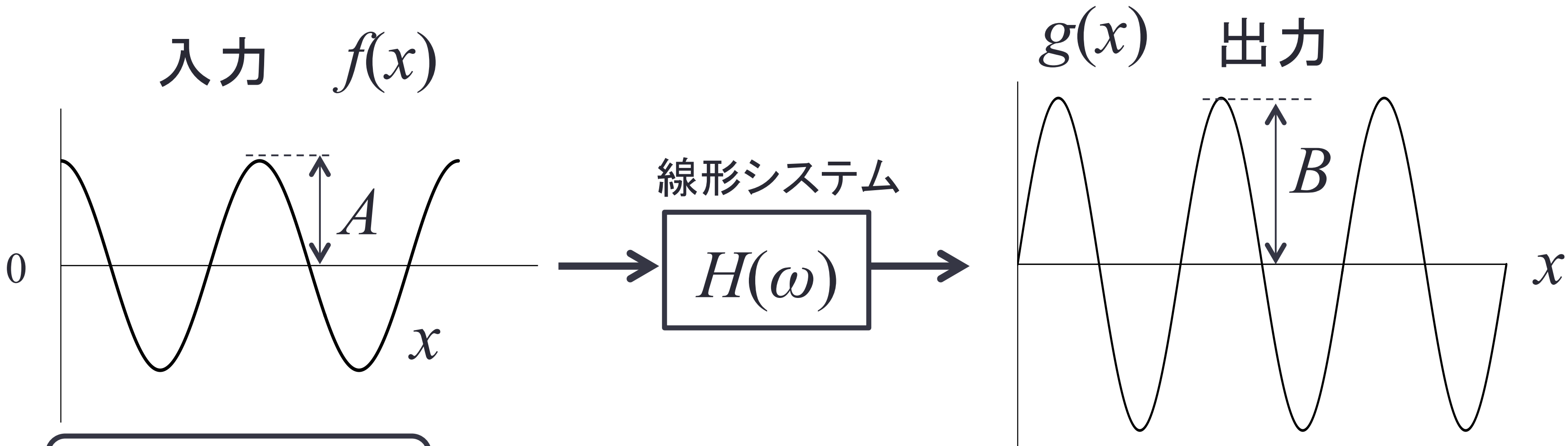


線形システムの周波数特性，すなわちシステム関数を調べる方法

（1）＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿を測定し，それをフーリエ変換する方法



（２）________を入力信号とする方法

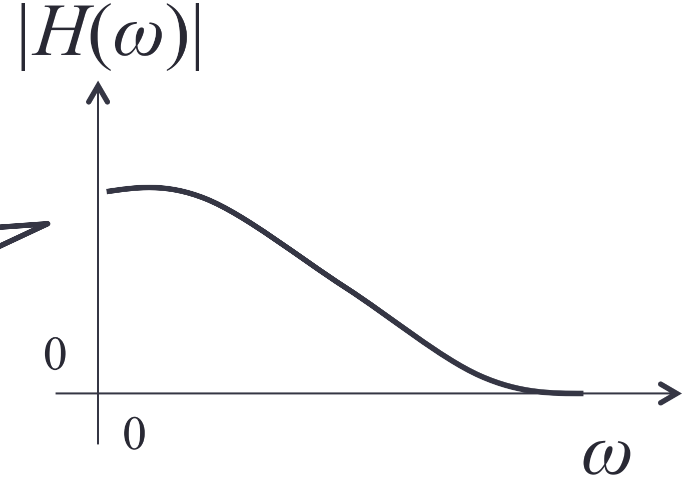


正弦波

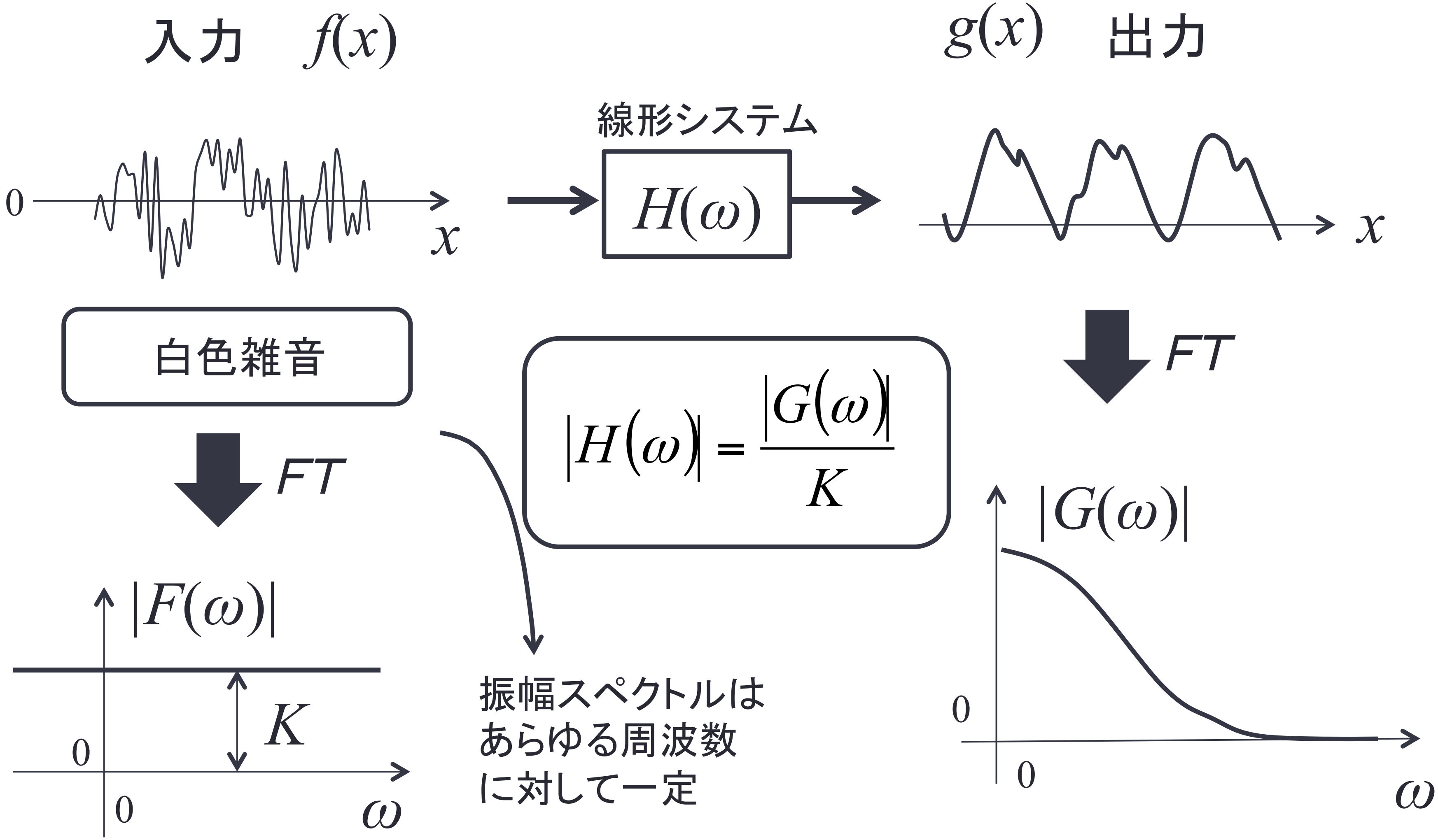
$$f(x) = A\cos(2\pi u x)$$

システム関数の
振幅スペクトルは

____



（3）白色雑音を用いる方法



連続データ

空間領域

離散データ

2次元フーリエ変換

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-i2\pi(ux+vy)}dxdy$$

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{i2\pi(ux+vy)}dudv$$

2次元離散フーリエ変換

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$

$$f(x,y)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} F(u,v)e^{i2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$

空間周波数領域

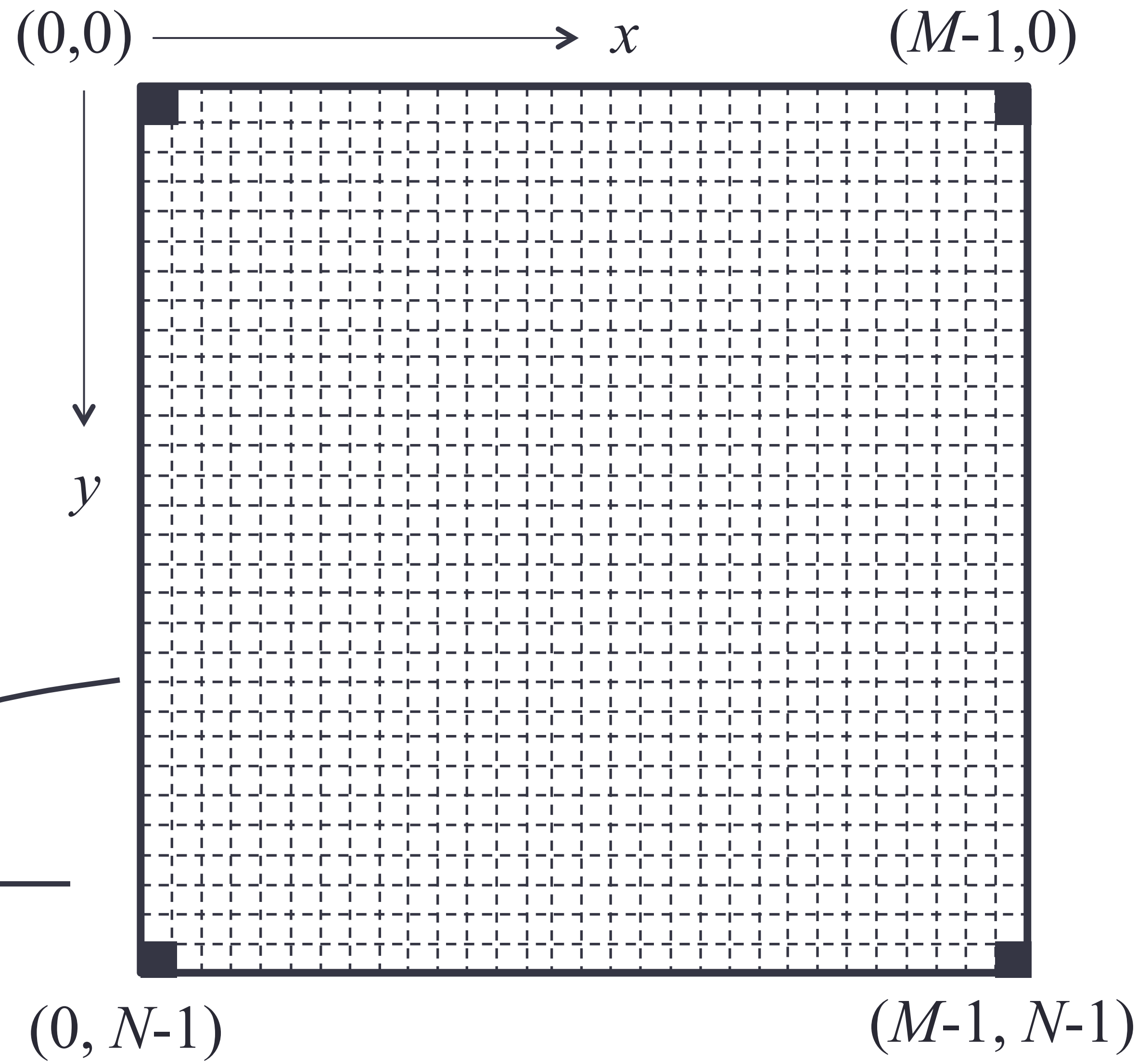
ピクセル（pixel: picture cell, element）

ディジタル画像の最小単位

「画素」ともいう

画素の中には「濃淡」を表す数値が入っている

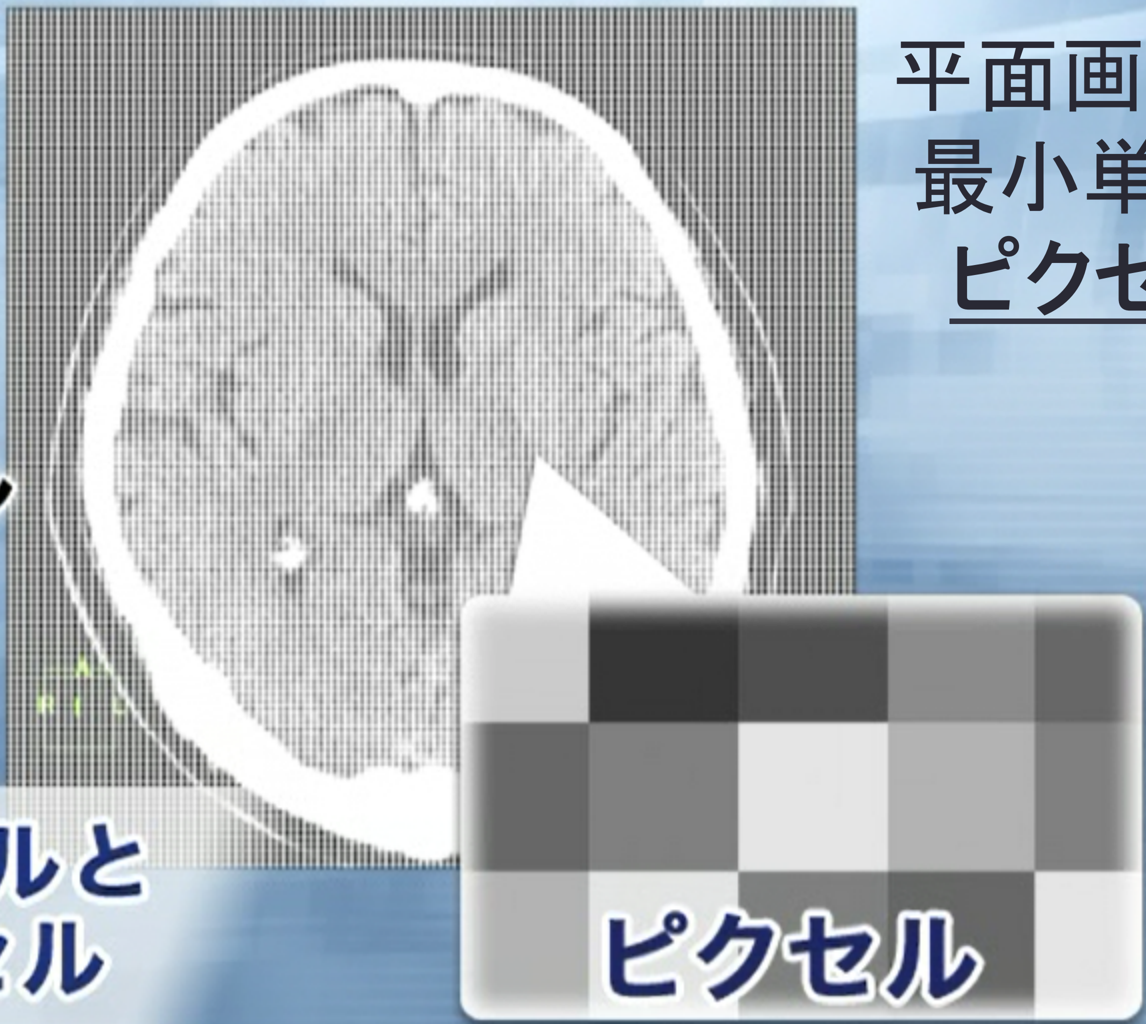
M×Nの
M×N画素の画像



ピクセルとボクセル

512 ピクセル

512
ピクセル



平面画像の
最小単位:
<u>ピクセル</u>

2次元ディジタル画像の離散フーリエ変換

x →, y ↓

マトリクスサイズ

$M \times N$

空間領域

画像 $f(x,y)$

2次元DFT

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)}$$

u →, v ↓

マトリクスサイズ

$M \times N$

空間周波数領域

$F(u,v)$

例えば,
$M = 2000$, $\Delta x = 0.1$ mm とすると
$T_x =$ ______となり,
$\Delta u =$ ______________

x方向の周期M,
y方向の周期Nを
持つ周期関数と
みなす

➡

$1\ \mathrm{pixel}_x = \Delta x$ mm
$1\ \mathrm{pixel}_y = \Delta y$ mm
$T_x = \Delta x \times M$ mm
$T_y = \Delta y \times N$ mm

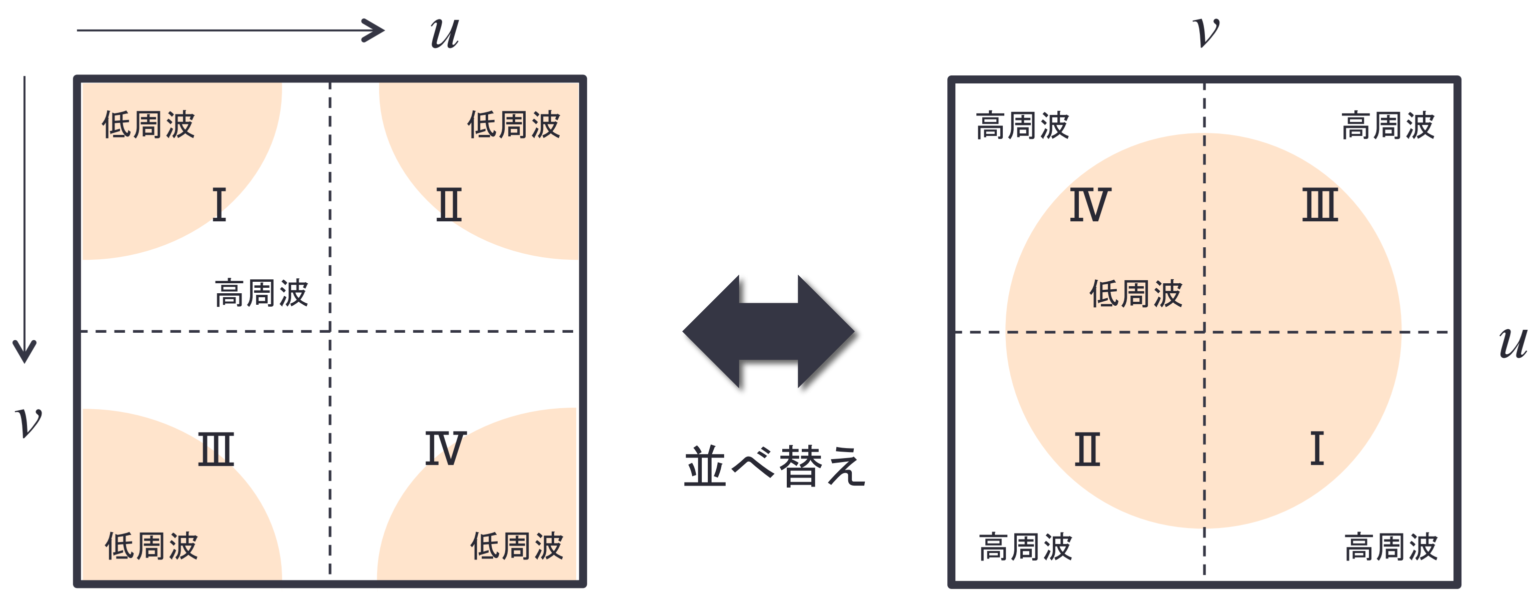
➡

$\Delta u = 1/T_x$
$= 1/(\Delta x \times M)$ cycles/mm
$\Delta v = 1/T_y$
$= 1/(\Delta y \times N)$ cycles/mm

空間周波数領域

画像の______を原点にして
2次元DFTを実施した場合

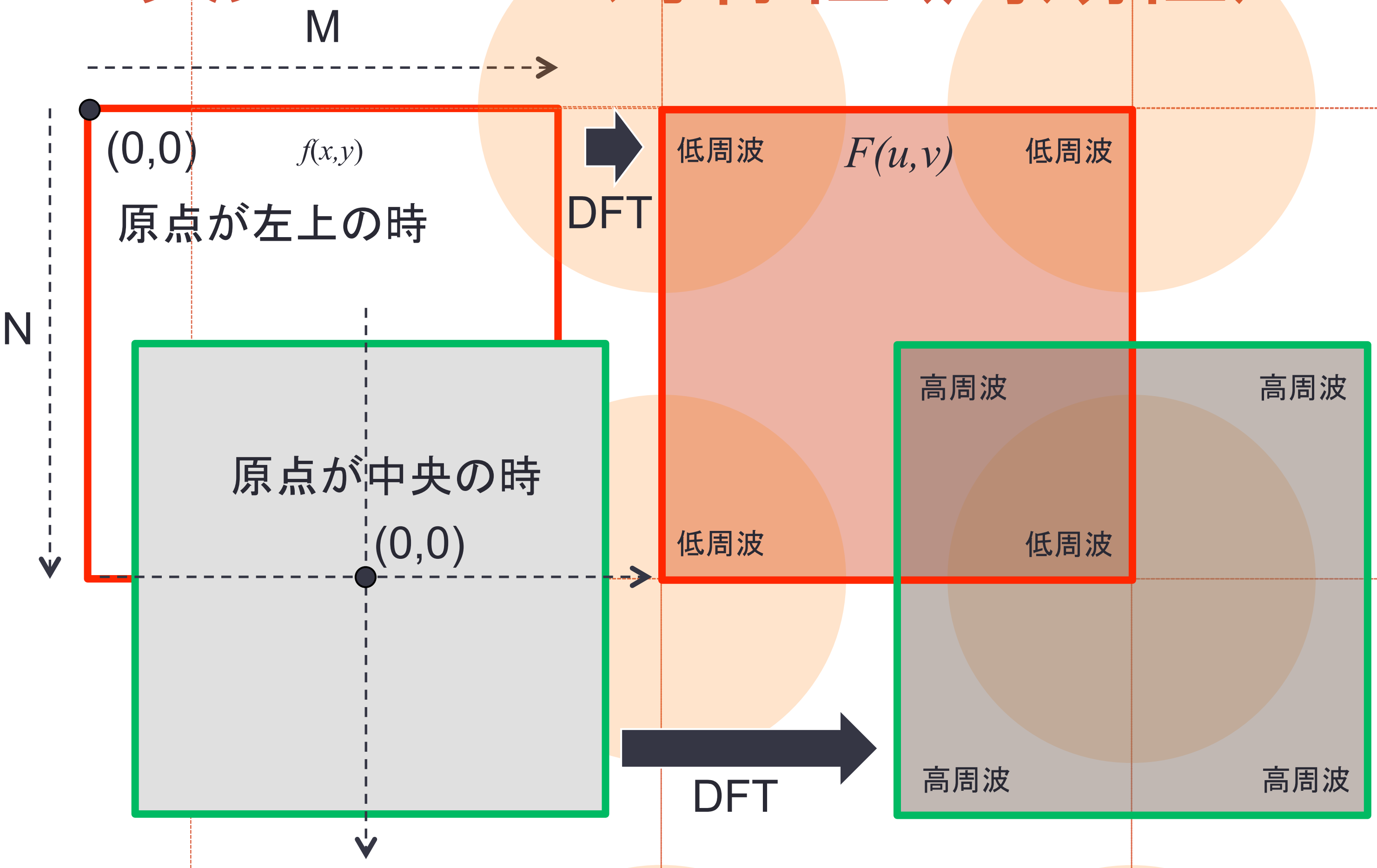
画像の______を原点にして
2次元DFTを実施した場合

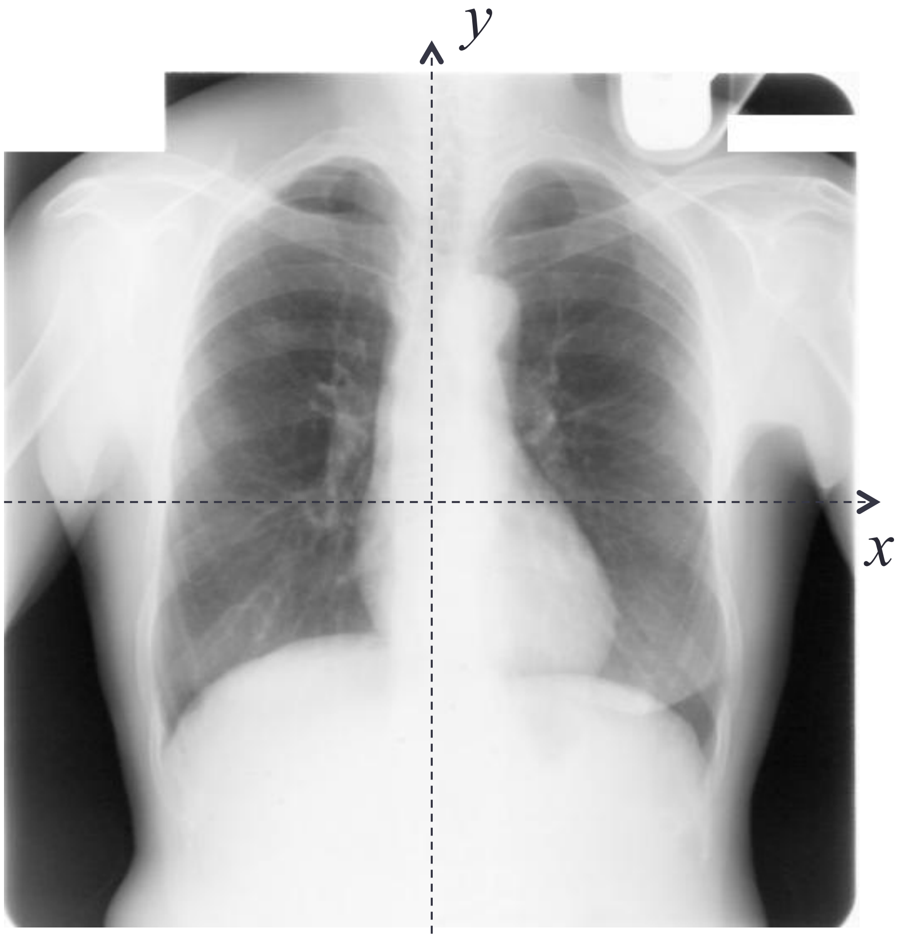


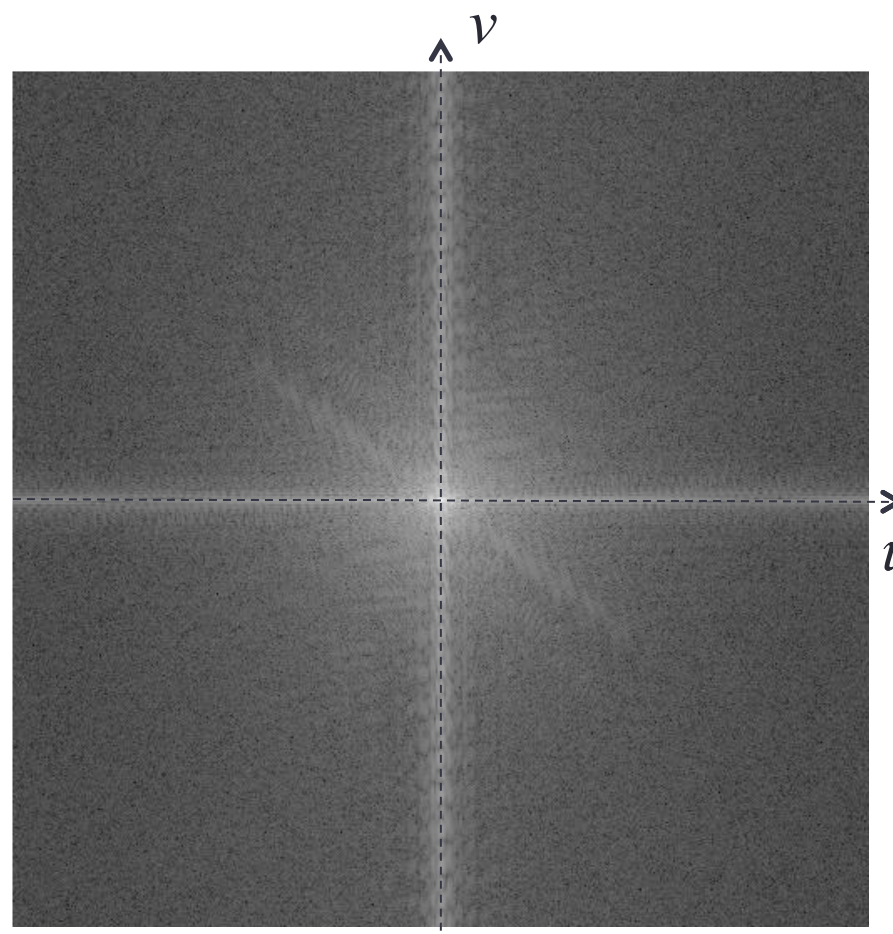
空間周波数領域

空間周波数領域

2次元DFTの対称性（周期性）







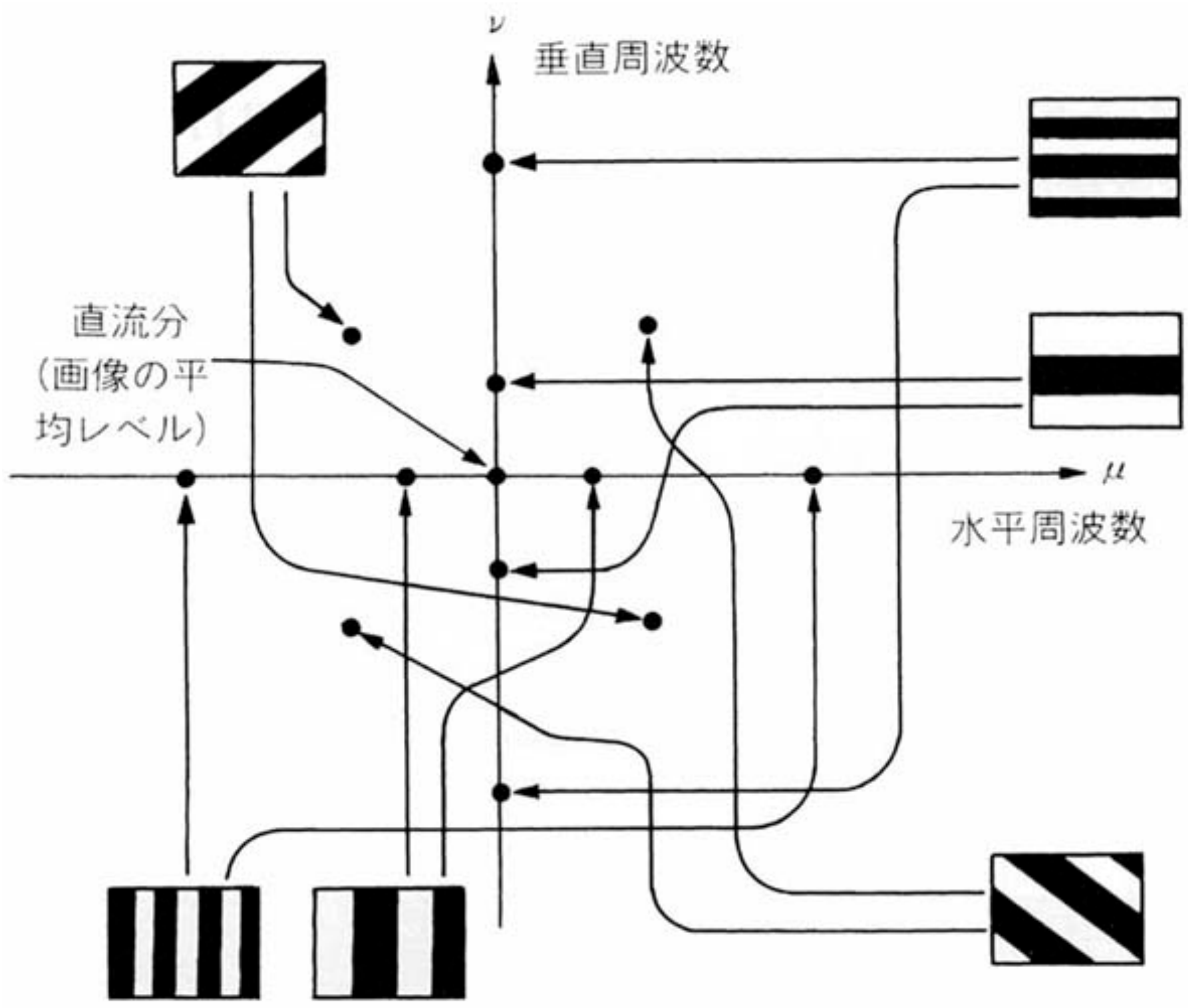
空間領域

$f(x,y)$

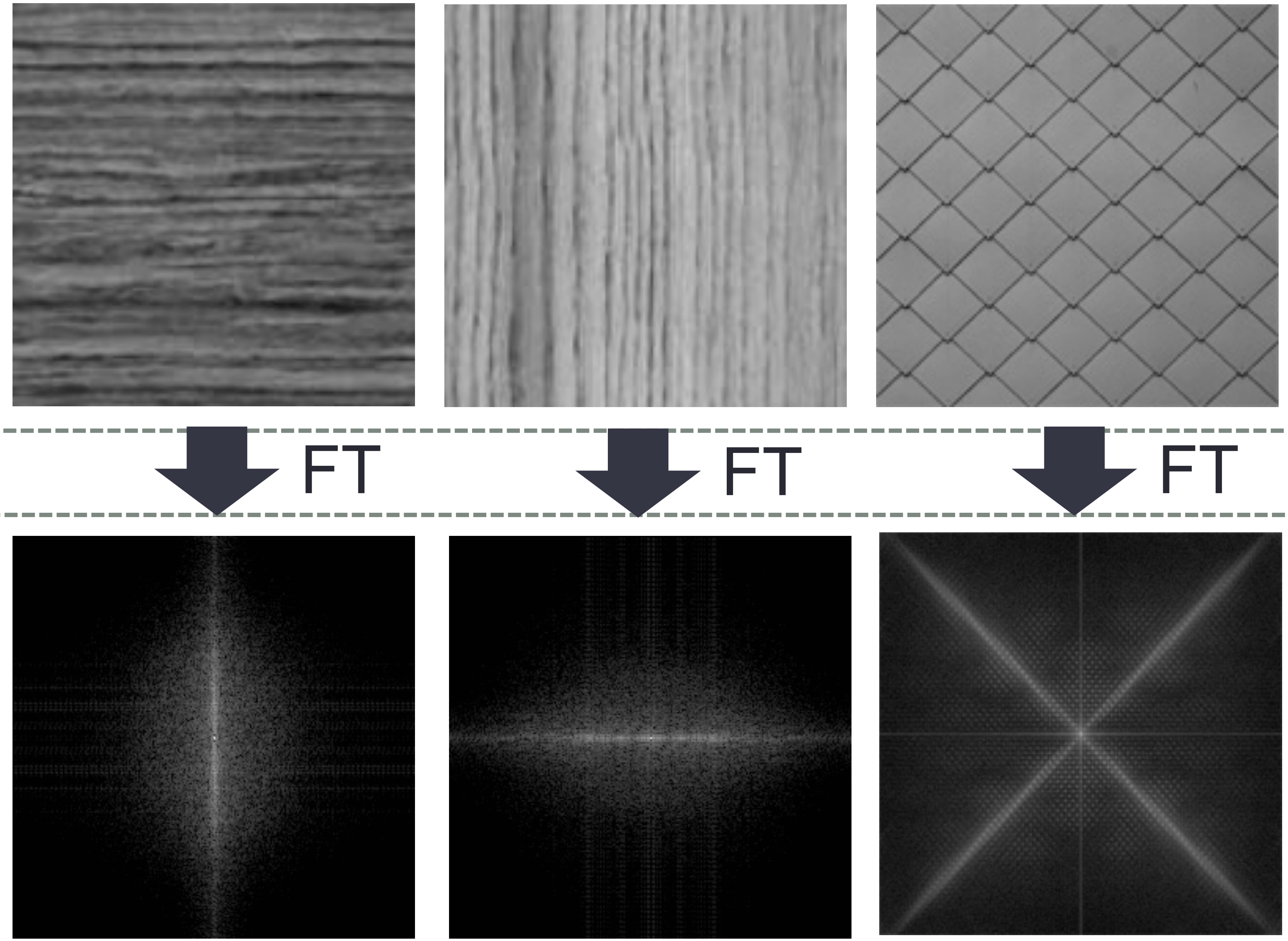
空間周波数領域

$F(u,v)$

2次元空間周波数スペクトルと画像の関係



空間領域



空間周波数領域

fast Fourier transform：FFT

離散フーリエ変換を高速に計算する手法

$$F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-i2\pi \frac{x}{N} u} \qquad u = 0, 1, \cdots, N\text{-}1$$

DFTではN^2回の計算が必要

FFTを用いると$N\log N$に比例する計算で済む
ただし，Nが＿＿＿＿＿＿＿＿＿のとき

画像解析

フーリエ変換
を行わない

フーリエ変換
を行う

空間領域
解析

空間周波数
領域解析

空間領域における医用画像の性質

- 特性曲線（H&D curve）
- X線管焦点（X-ray tube focus）
- 散乱X線（scattered X-ray）
- X線撮影条件（exposure conditions）
- 画質の3大因子（3 major factors）

特性曲線

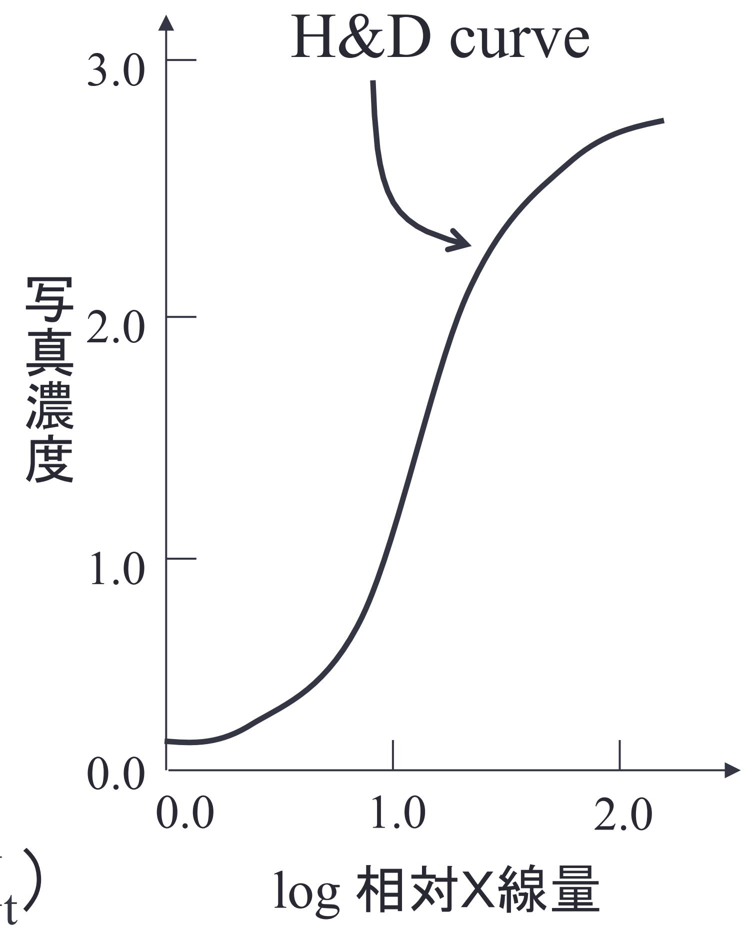
X線の量
管電流×時間
$E = I \times t$

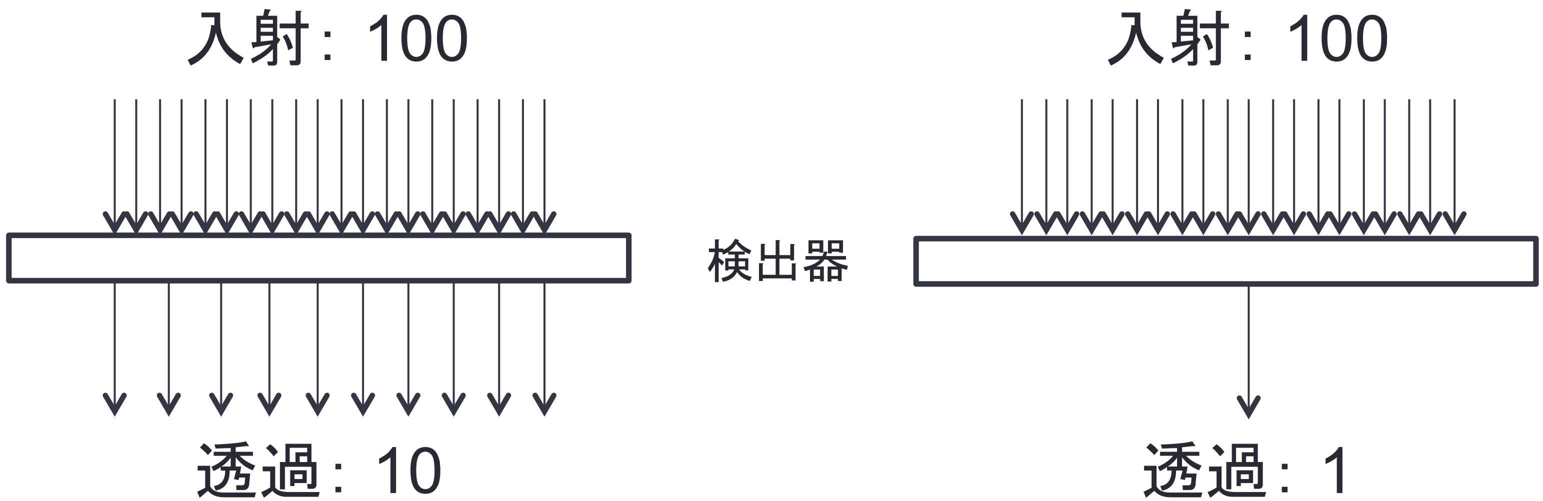
写真濃度と放射線強度
との関係を表す曲線

$$透過率\ T = \frac{透過光強度(I_t)}{入射光強度(I_0)}$$

$$濃度\ D = \log_{10}\frac{1}{T}$$

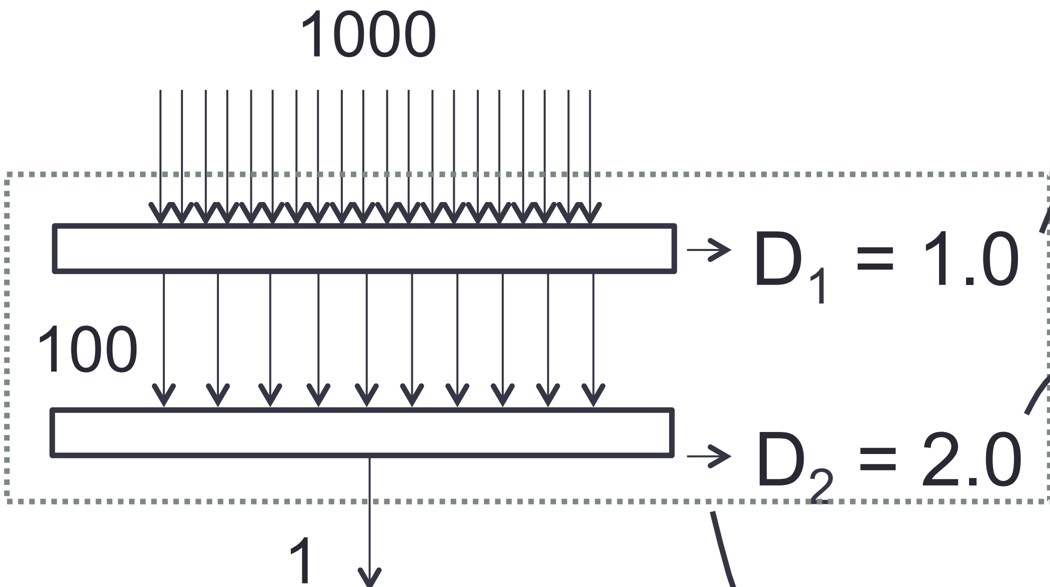
$$= \log_{10}\frac{入射光強度(I_t)}{透過光強度(I_0)}$$





$$D = \log_{10}\frac{100}{10}$$
$$= \log_{10} 10$$
$$= 1$$

$$D = \log_{10}\frac{100}{1}$$
$$= \log_{10} 10^2$$
$$= 2$$



$$D = \log_{10}\frac{1000}{100} = \log_{10} 10 = 1$$

$$D = \log_{10}\frac{100}{1} = \log_{10} 10^2 = 2$$

1枚のフィルム
とみなすと

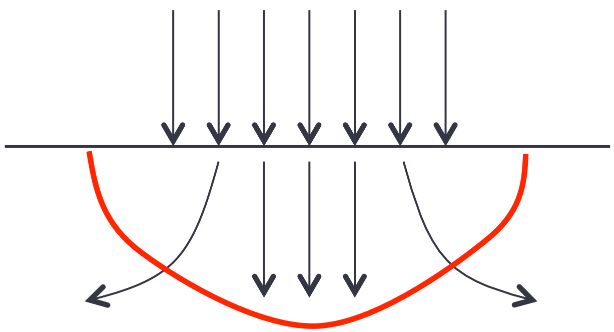
$$D_3 = \log_{10}\frac{1000}{1} = \log_{10} 10^3 = 3$$

濃度は足し算

$$\boxed{D_1 + D_2 = D_3}$$

拡散光濃度

入射: I_0



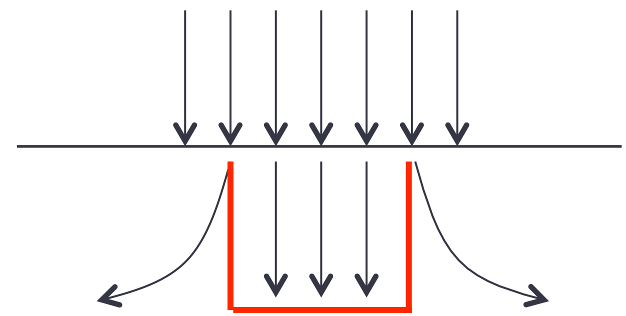
拡散した光も捉えて透過光として扱う

$$D = \log_{10} \frac{入射光}{透過光}$$

$$= \log_{10} \frac{7}{5}$$

平行光濃度

入射: I_0



平行に透過した光のみを透過光として扱う

$$D = \log_{10} \frac{入射光}{透過光}$$

$$= \log_{10} \frac{7}{3}$$

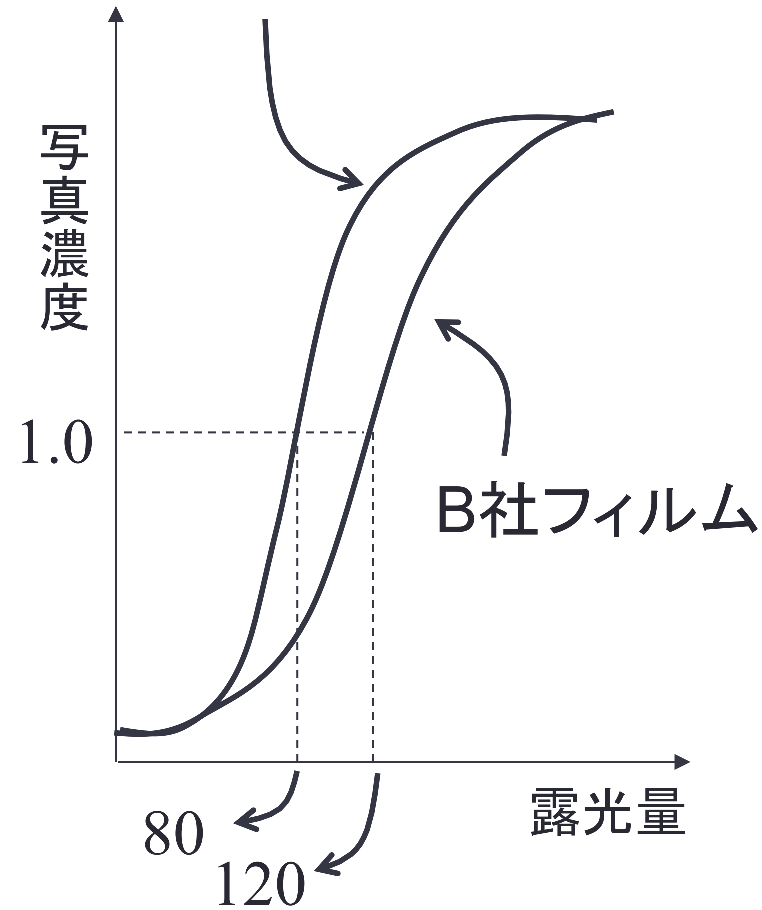
感度（sensitivity）

ある決まった濃度を得るために必要な露光量の大きさ

同じ結果を得るために必要な刺激の量

少ない方が感度が良い！

A社フィルム



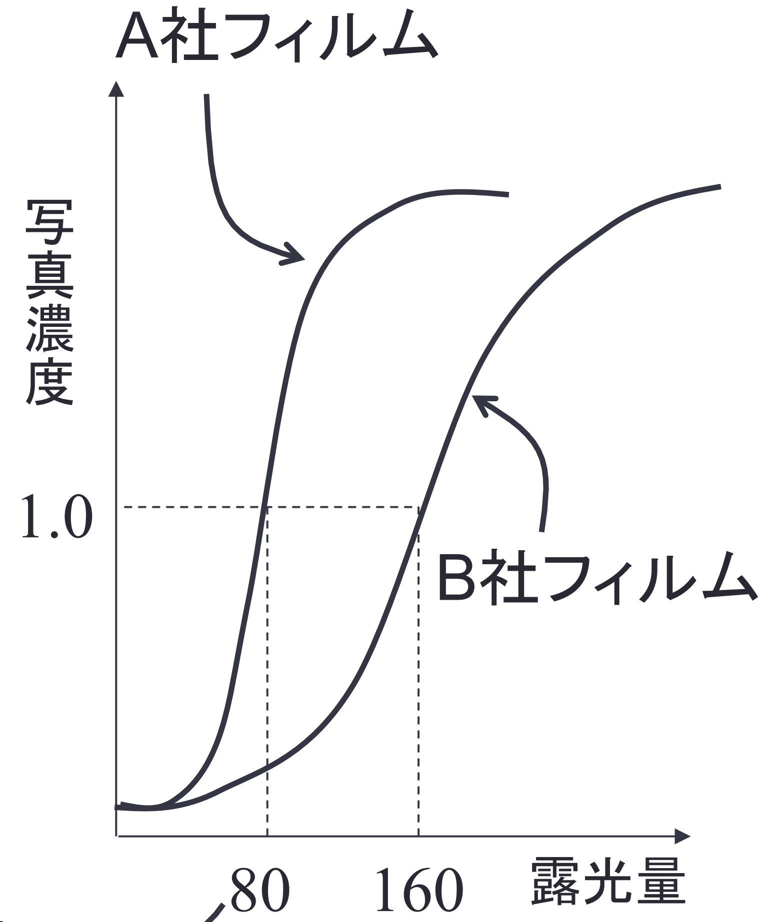
A社フィルムのほうが感度が良い

相対感度（relative sensitivity）

ある基準の系を決め，その基準に対する感度で表示する

同一の濃度を得るのに必要な露光量の逆数から求める

例：ある増感紙ーフィルム系の感度を100としたとき，露光量が2倍で同じ濃度が求まる系の相対感度は50である

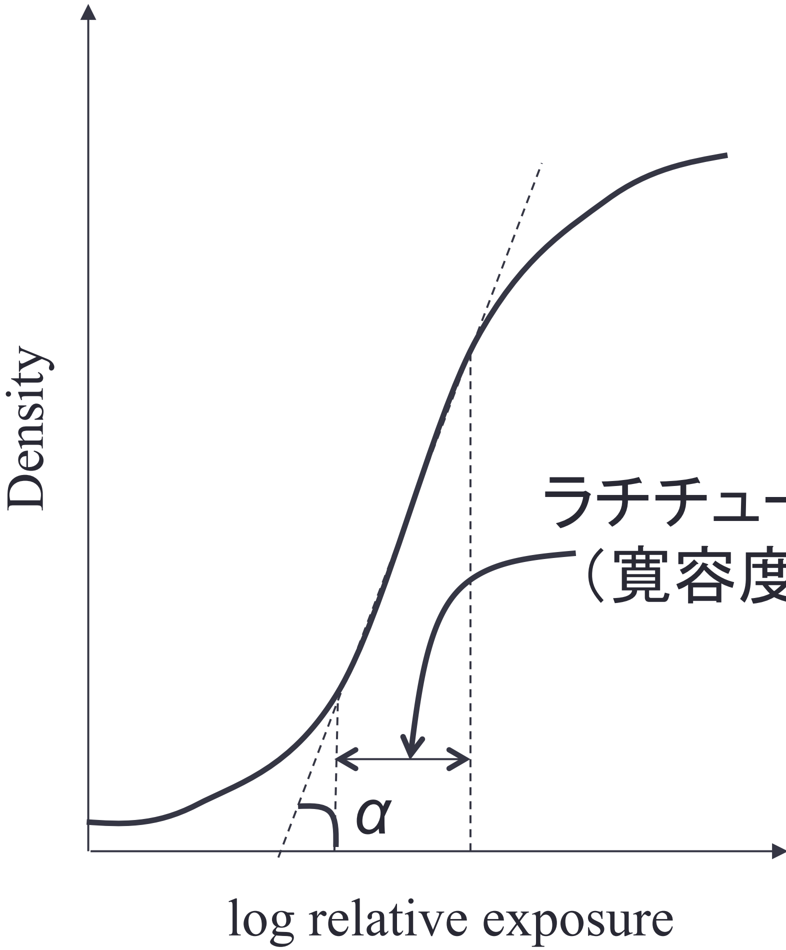


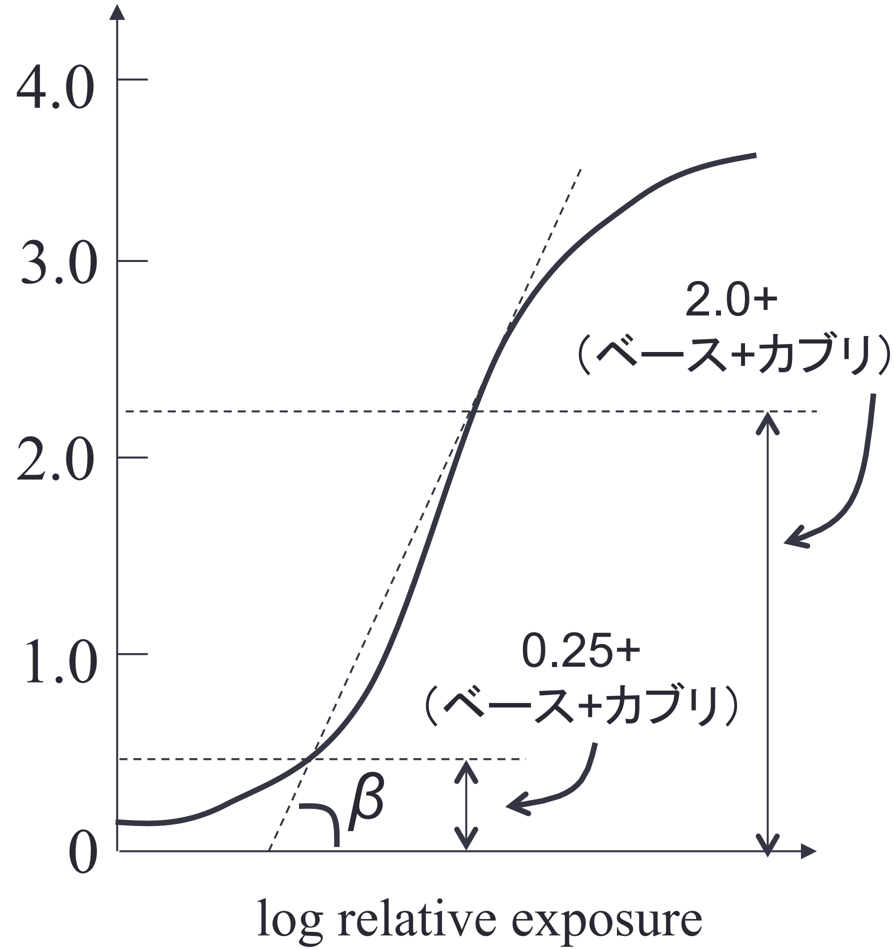
B社フィルムを基準（100）としたとき，それに対する相対感度は200

H&D曲線から求まる特性値

- カブリ（fog）
  露光を全然しなくてもわずかに黒化する．露光しないで現像したフィルムを測定して求まる濃度は，「カブリ濃度」に「ベース濃度」を加えた値である（濃度では加法測が成立する）
- ガンマ（γ）
  H&D曲線の直線部分の正接（$\gamma = \tan\alpha$）
- 寛容度（latitude）
  H&D曲線の直線部分の入力範囲（露光域）
- グラディエント（gradient：G）
  H&D曲線の任意一点の接線の傾き

  直線部の傾きは，階調度とも呼ばれる
- 平均グラディエント（average gradient：$\overline{G}$）
  （ベース＋カブリ）+0.25から，（ベース＋カブリ）+2.0の濃度域におけるH&D曲線の傾き（X線フィルムのコントラストの代表値）
- 相対感度（relative sensitivity）





$$\gamma = \tan \alpha$$

$$\overline{G} = \tan \beta$$