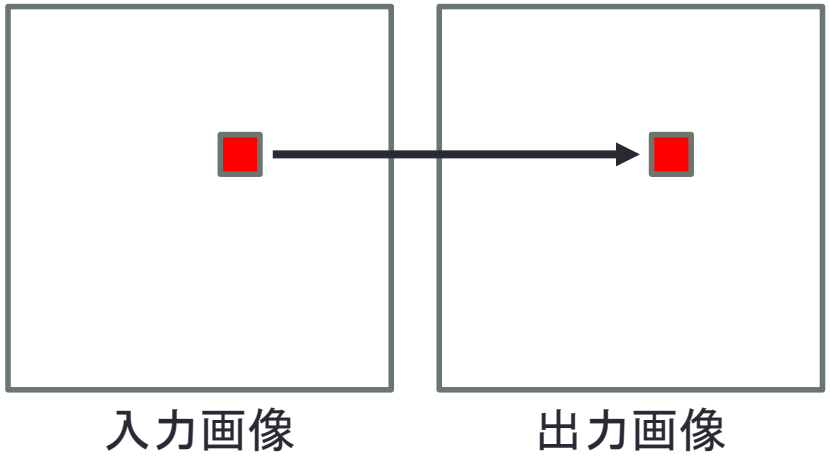
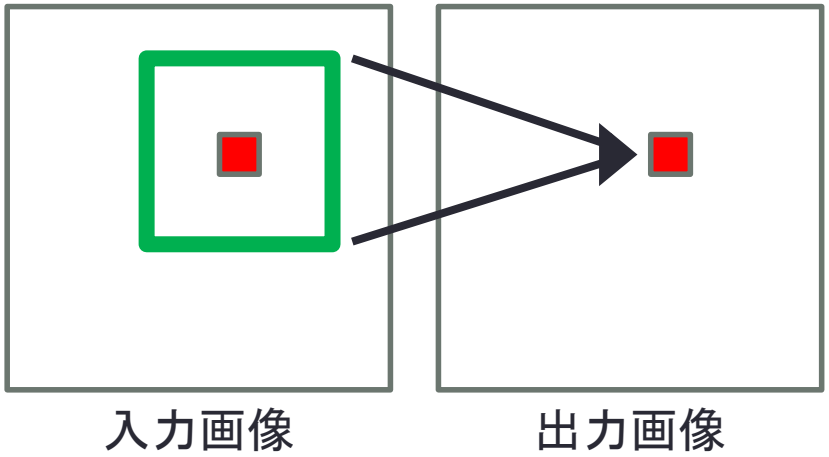
空間フィルタリング (spatial filtering)

入力画像の対応する画素値だけではなく，その周囲（近傍領域）の画素も含めた領域内の画素値を用いて，出力画像の対応する画素値を計算する処理



画素ごとの濃淡変換
（階調処理）



領域に基づく濃淡変換
（空間フィルタリング）

空間フィルタ (spatial filter)

- 線形フィルタ (linear filter)

$$g(i,j)=\sum_{n=-w}^{w}\sum_{m=-w}^{w} f(i+m,j+n)h(m,n) \quad \cdots\cdots(1)$$

$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(y)f_2(x-y)dy$
畳み込み積分
コンボリューション

$f(i,j)$: 入力画像

$g(i,j)$: 出力画像

$h(m,n)$: フィルタ係数を表す配列

フィルタ，カーネル，オペレータ（演算子），重み係数行列，などとも呼ばれる

$(2w+1)\times(2w+1)$: フィルタの大きさ

フィルタサイズ

- 非線形フィルタ (nonlinear filter)

(1)式にあてはまらない処理をともなうフィルタ

(0, 0) → i (4, 0) $f(i, j)$

↓ j

5	5	5	1	1	1	4	4	4
5	5	5	1	1	1	4	4	4
5	5	5	1	1	1	4	4	4
5	5	5	1	1	1	4	4	4
1	1	1	4	4	4	1	1	1
1	1	1	4	4	4	1	1	1
1	1	1	4	4	4	1	1	1

画素の位置を表す座標はアドレスとしてその画素の番地を示すもの

$f(7, 2) = 4$

画像処理とは，あるルールに従って画素値$f(i, j)$を別の値に置き換える処理のこと

空間フィルタリングは，フィルタを用いて画素ごとに（pixel by pixel）で積和演算を行う．
フィルタの原点（フィルタの中心）を注目画素(i, j)と重ねて積和演算を行う．フィルタは，マスク，オペレータ（演算子），カーネルなどとも呼ばれる．

a	b	c
d	e	f
g	h	i

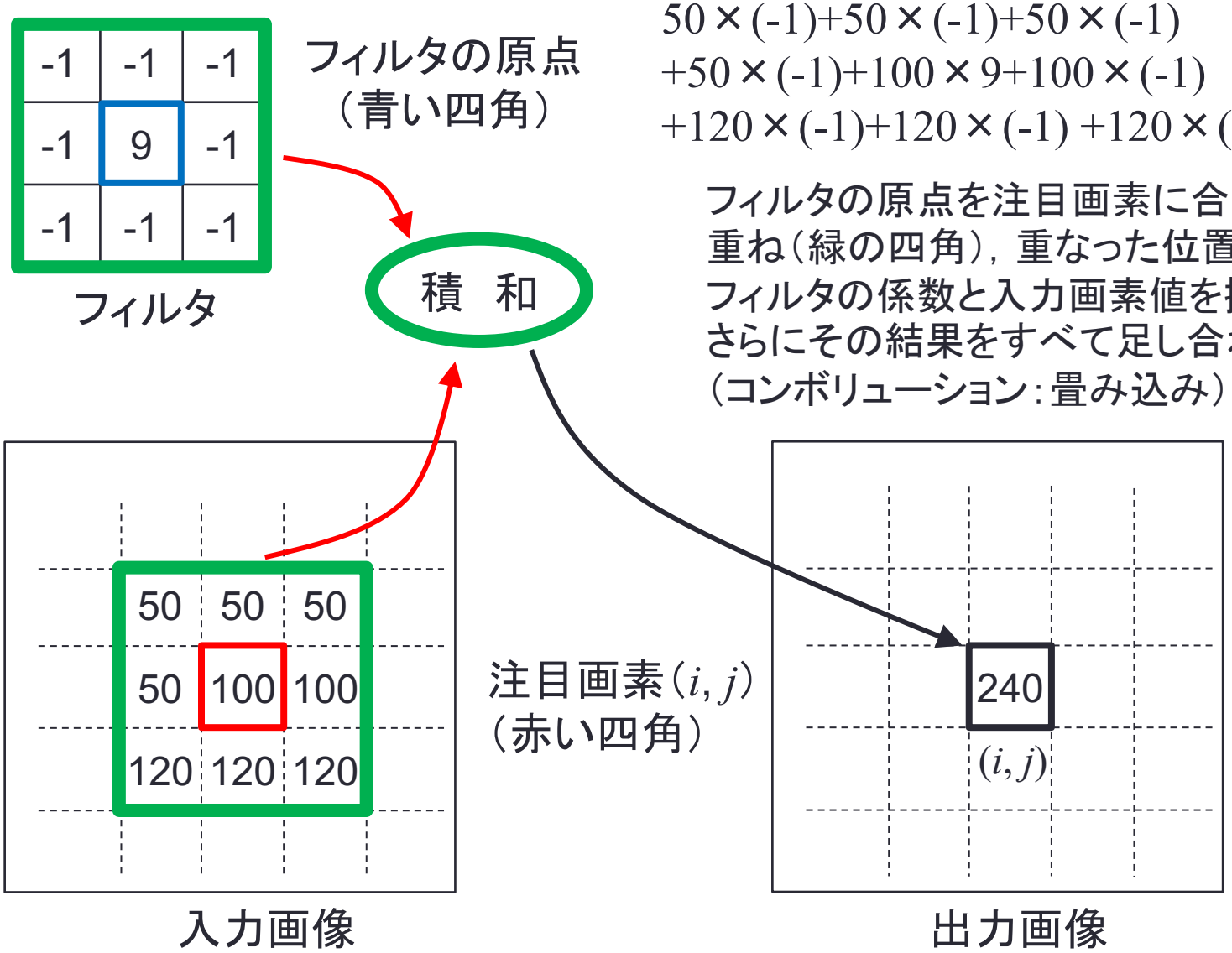
フィルタサイズ3×3（$w = 1$のとき）の
フィルタ　$h(m, n)$

重み係数

注目画素が$f(4, 3)$のとき

$$g(4,3) = 1 \times a + 1 \times b + 1 \times c + 1 \times d + 1 \times e + 1 \times f + 4 \times g + 4 \times h + 4 \times i$$

線形フィルタの計算例



$$50\times(-1)+50\times(-1)+50\times(-1)$$
$$+50\times(-1)+100\times 9+100\times(-1)$$
$$+120\times(-1)+120\times(-1)+120\times(-1)=240$$

フィルタの原点を注目画素に合わせて
重ね（緑の四角），重なった位置どうしで，
フィルタの係数と入力画素値を掛け算し，
さらにその結果をすべて足し合わせ
（コンボリューション：畳み込み）

フィルタリングの目的・機能

- 平滑化(smoothing) → 平滑化フィルタ

  画像になめらかな濃淡変化を与える処理

  画像に含まれるノイズなどの不要な濃淡変動を軽減する

- エッジ抽出(edge extraction) → エッジ検出フィルタ

  画像中の明るさが急に変化する部分（エッジ）を取り出す処理

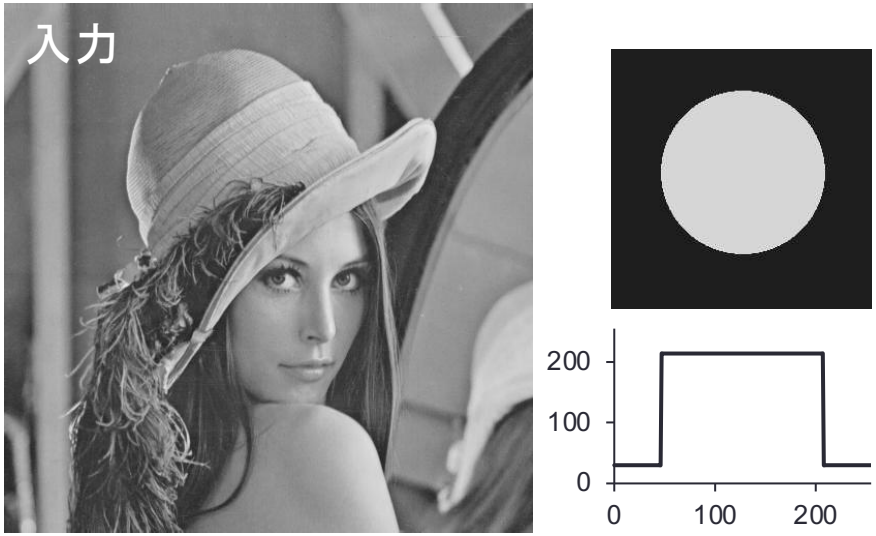
  画像中から特徴や図形を検出したりするための前処理として利用される

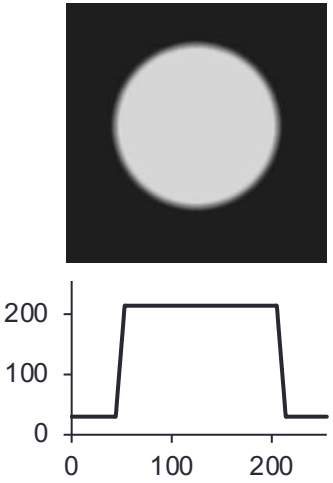
- 鮮鋭化(sharpening) → 鮮鋭化フィルタ

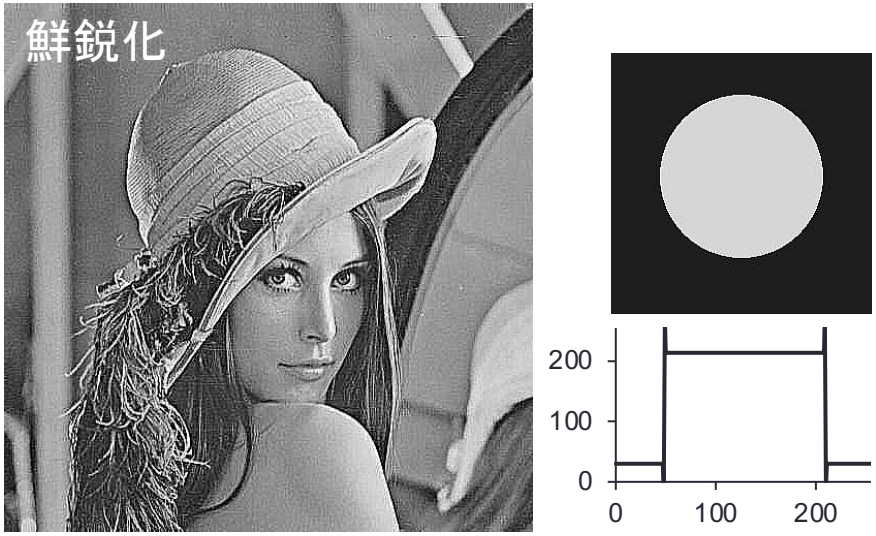
  元の画像の濃淡を残したままエッジを強調する処理

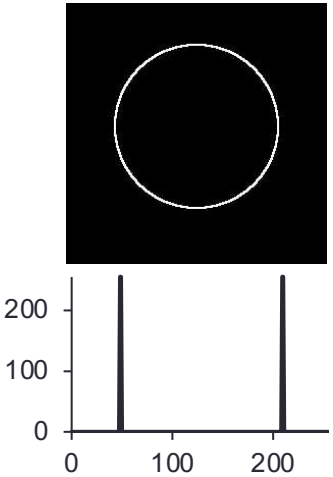
  画像中のエッジを強調することで画像の鮮鋭性を改善する

フィルタリング処理画像









移動平均フィルタ (averaging filter)

フィルタを移動させながら，つぎつぎに局所的な平均値を求めるため**移動平均フィルタ**と呼ばれる．
単に平均化フィルタとも言う．

フィルタサイズが＿＿＿ほど，また，＿＿＿＿＿ほど，
平滑化の度合いが増す

3×3 → 5×5 → 7×7 →

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

3×3の移動平均フィルタ

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix}$$

5×5の移動平均フィルタ

移動平均による平滑化

$g(2,1) = (1\times1+1\times1+1\times4+1\times1+1\times1+1\times4+1\times1+1\times1+1\times4)\div9$
$=18\div9=2$

$\frac{1}{9}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$g(3,5)=(1\times1+1\times4+1\times4+1\times1+1\times4+1\times4+1\times1+1\times4+1\times4)\div9$
$=27\div9=3$

(0, 0) → i

↓ j

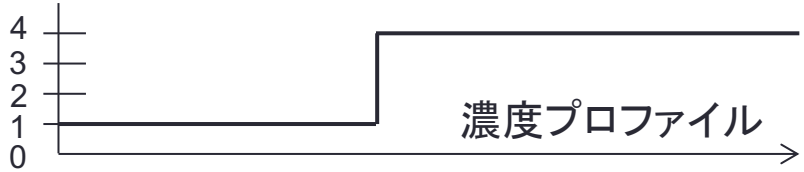
入力画像 $f(i,j)$

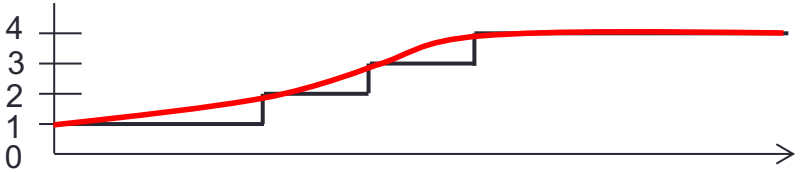
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4

処理 →

出力画像 $g(i,j)$

1	1			4	4	4
1	1			4	4	4
1	1			4	4	4





加重平均フィルタ (weighted averaging filter)

(0, 0) → i

↓ j

入力画像 $f(i,j)$

1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4
1	1	1	4	4	4	4

・中心画素
・注目画素

単純な平均ではなく，フィルタの原点（通常は中央）に近いほど大きな重みを付けた平均化フィルタ．
単純な平均化フィルタに比べ，よりなめらかで自然な平均化の効果が期待できる．

$\frac{1}{9}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

移動平均フィルタ

周辺画素よりも中心画素により大きな重みをかける．
各フィルタの係数は，すべて足すと1になるように正規化する．これは，平滑化後の画像の明るさの平均を一定に保つために重要である

$\frac{1}{35}$

1	1	1	1	1
1				1
1				1
1				1
1	1	1	1	1

5×5の加重平均フィルタ

$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{11}$

3×3の加重平均フィルタ

ガウシアンフィルタ (Gaussian filter)

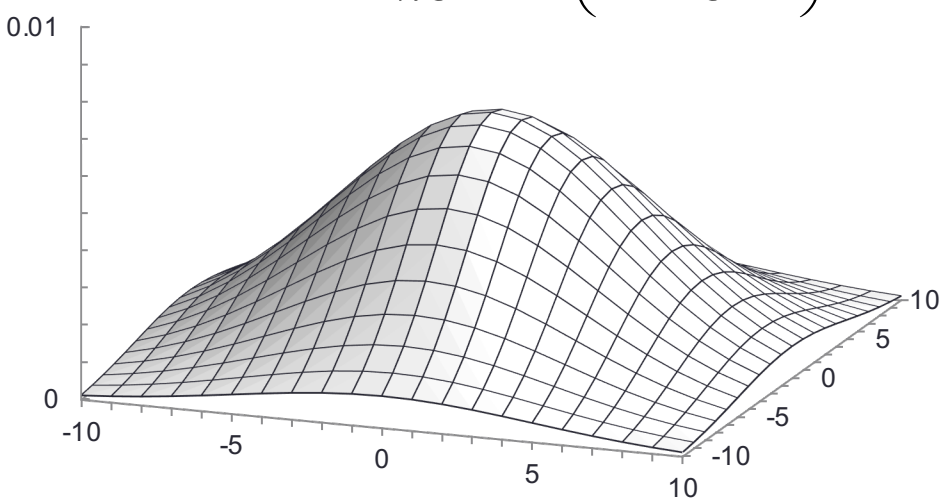
フィルタ係数の重みを平均0，分散σ^2の

に

近づけた加重平均フィルタ

フィルタサイズ $(2w+1)(2w+1)$ の場合，
$\sigma = w/2$ とするのが一つの目安

$$h_g(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$



2次元ガウス分布の式とグラフの例
$(w = 10, \sigma = w/2 = 5)$

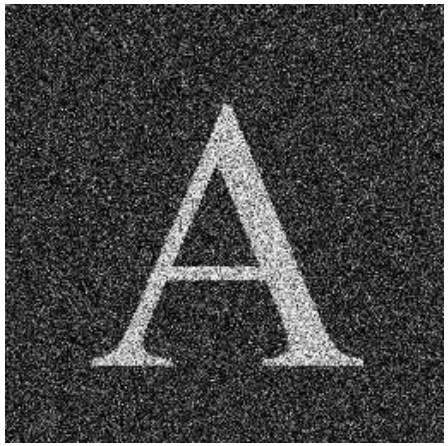
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

3×3のガウシアンカーネル

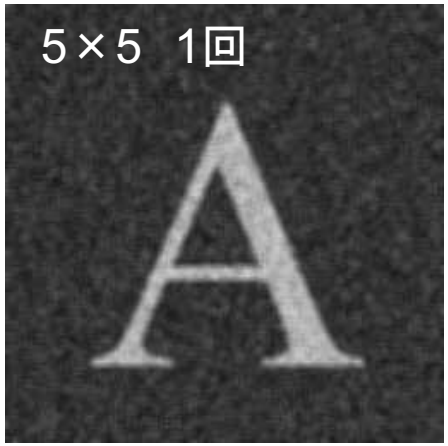
$\frac{1}{256}$	$\frac{4}{256}$	$\frac{6}{256}$	$\frac{4}{256}$	$\frac{1}{256}$
$\frac{4}{256}$	$\frac{16}{256}$	$\frac{24}{256}$	$\frac{16}{256}$	$\frac{4}{256}$
$\frac{6}{256}$	$\frac{24}{256}$	$\frac{36}{256}$	$\frac{24}{256}$	$\frac{6}{256}$
$\frac{4}{256}$	$\frac{16}{256}$	$\frac{24}{256}$	$\frac{16}{256}$	$\frac{4}{256}$
$\frac{1}{256}$	$\frac{4}{256}$	$\frac{6}{256}$	$\frac{4}{256}$	$\frac{1}{256}$

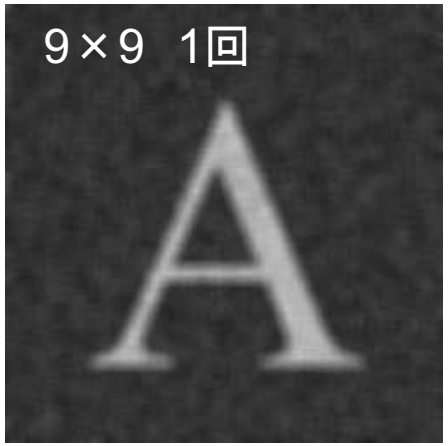
5×5のガウシアンカーネル

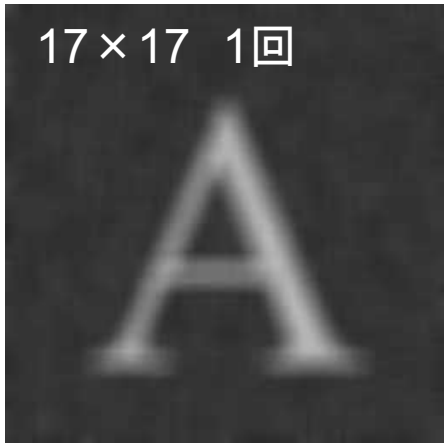
移動平均フィルタの処理例

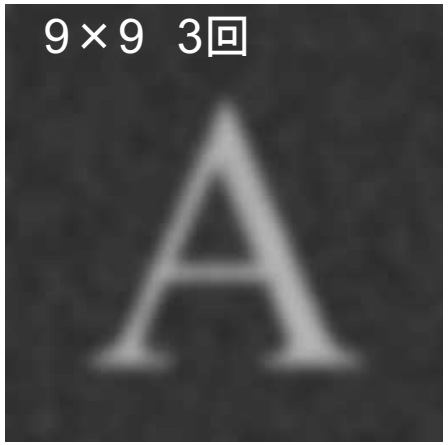


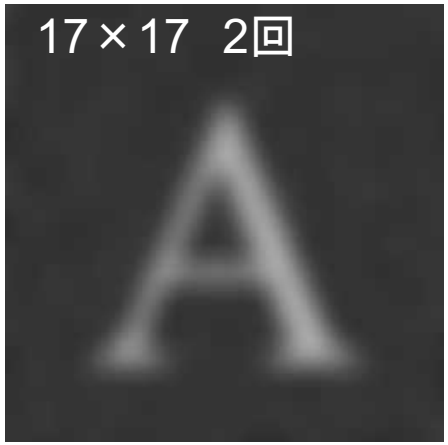
入力画像

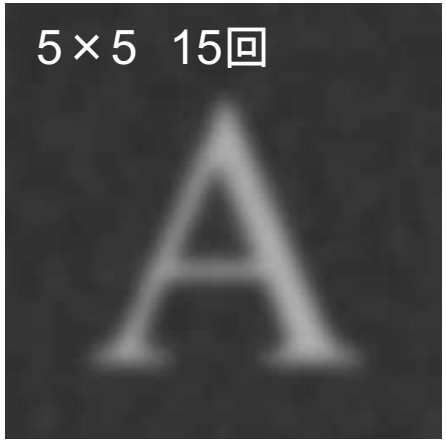


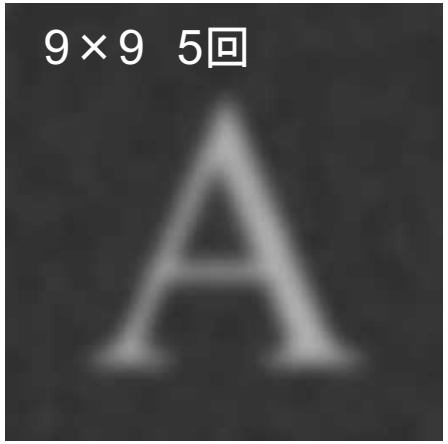


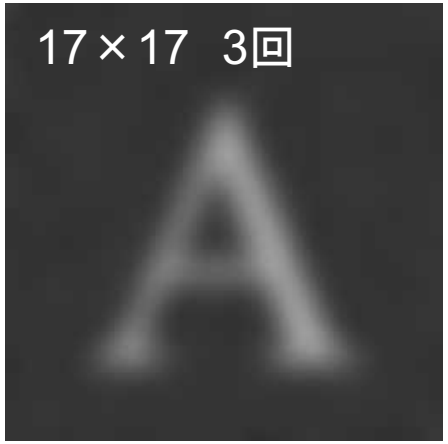












統計フィルタ (statistics filter)

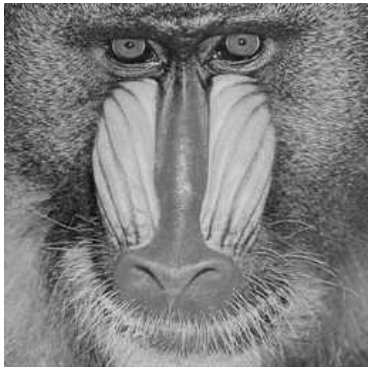
ごま雑音：黒い粒状雑音
塩雑音：白い粒状雑音

フィルタ領域内の最大値，最小値，中央値，平均値，分散などの統計量を出力値とするフィルタ．特に順序に関係する統計値を出力するフィルタは順序統計フィルタ(order-statistics filter)とも呼ばれ，ごま塩雑音の除去に優れている

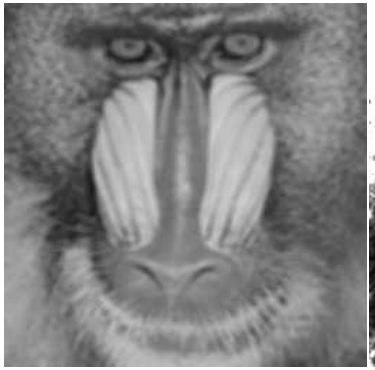
- 平均フィルタ (mean filter)
- 分散フィルタ (variance filter)
- 最大値フィルタ (max filter)
- 最小値フィルタ (min filter)
- 中央値フィルタ (　　)

近傍領域の画素値を順番に並び替え，その特定の順番の値で，注目画素の画素値を置き換える

順序統計フィルタ

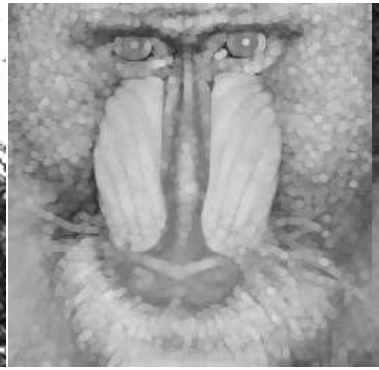


入力画像



平均画像

分散画像



最大値画像

最小値画像

中央値画像

メディアンフィルタ（median filter）

（中間値フィルタ，中央値フィルタ）

非線形フィルタ

1	2	2	3	2
1	2	3	2	1
2	3	9	2	1
1	2	2	1	2
1	1	2	2	3

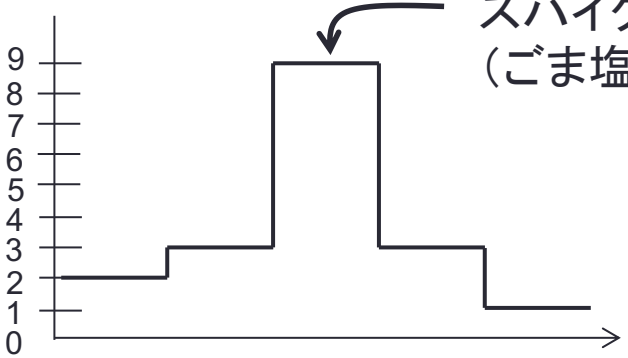
入力画像

2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 9

1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 9

1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 9

スパイク状雑音
（ごま塩雑音）



		2	2	
2	2	2	2	1

変化の激しい孤立
画素（スパイク状雑音）
を抑制する

処理画像

局所領域における濃淡レベルの中央値（median）を出力するフィルタである．
エッジや線が保存されやすく，スパイク状雑音（ごま塩雑音）の除去に優れる．

$f(i,j)$ 　i: 0 → 6　j: 0 ↓ 6

100	10	100	140	140	140	140
100	100	100	140	250	140	140
20	100	100	0	140	20	140
100	100	245	140	140	140	140
100	5	100	140	0	140	140
100	100	250	140	250	140	140
235	100	100	140	140	140	20

$g(i,j)$

100	100	100	140	140	140	140
100	100	100	140		140	140
100	100	100		140	140	140
100	100	100	140	140	140	140
100		100	140		140	140
100	100		140		140	140
100	100	100	140	140	140	140

フィルタサイズ3×3の場合

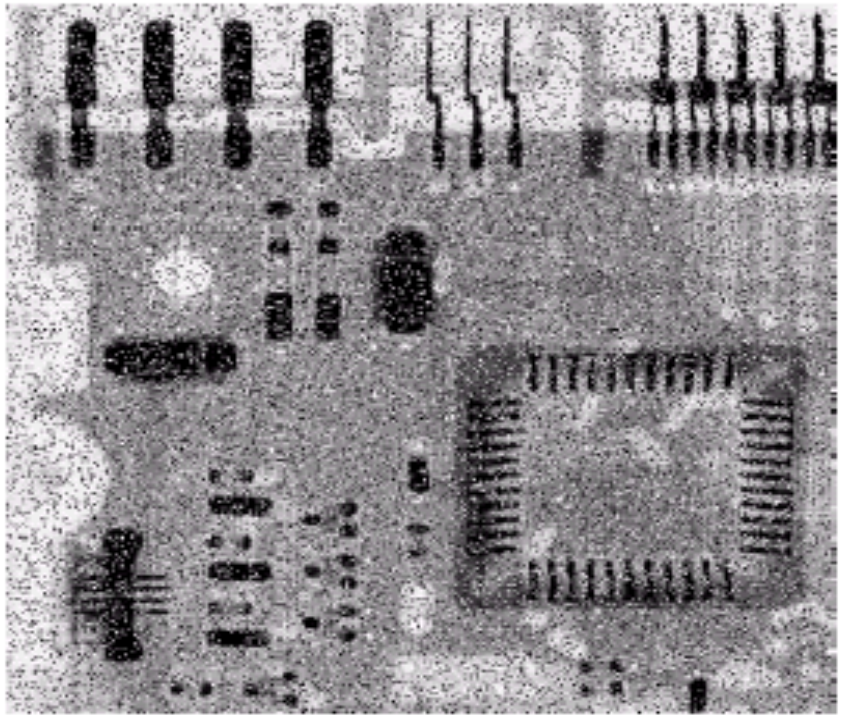
$f(1,1) = 100$: { 10, 20, 100, 100, $\boxed{100}$, 100, 100, 100, 100} ⇒ $g(1,1) = 100$

$f(3,2) = 0$: { 0, 100, 100, 140, $\boxed{140}$, 140, 140, 245, 250} ⇒ $g(3,2) = 140$

$f(2,5) = 250$: { 5, 100, 100, 100, $\boxed{100}$, 140, 140, 140, 250} ⇒ $g(2,5) = 100$

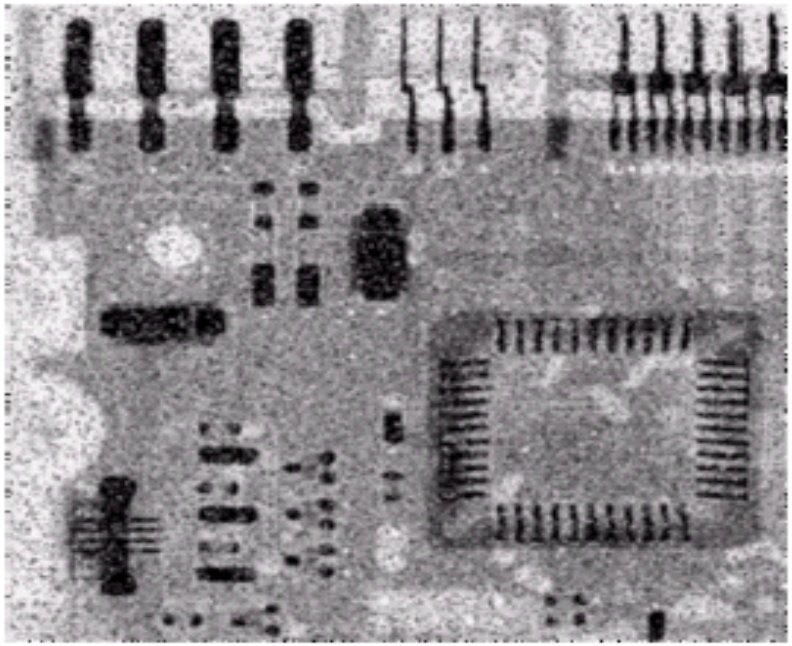
$f(3,4) = 140$: { 0, 100, 140, 140, $\boxed{140}$, 140, 245, 250, 250} ⇒ $g(3,4) = 140$

メディアンフィルタの効果

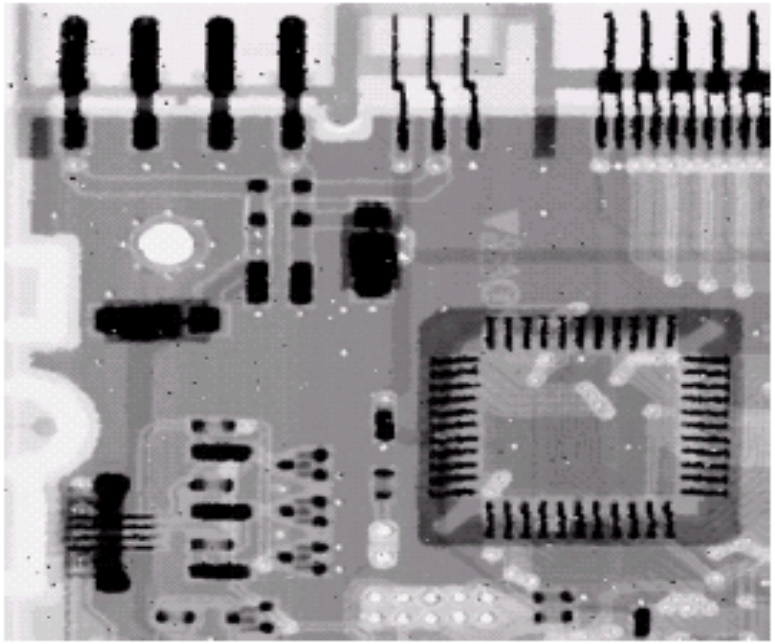


ごま塩雑音を伴う入力画像

移動平均フィルタ



メディアンフィルタ

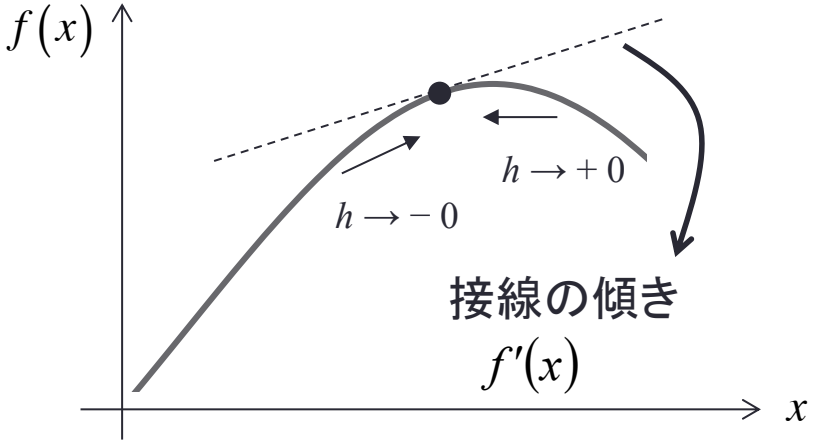


連続関数の微分

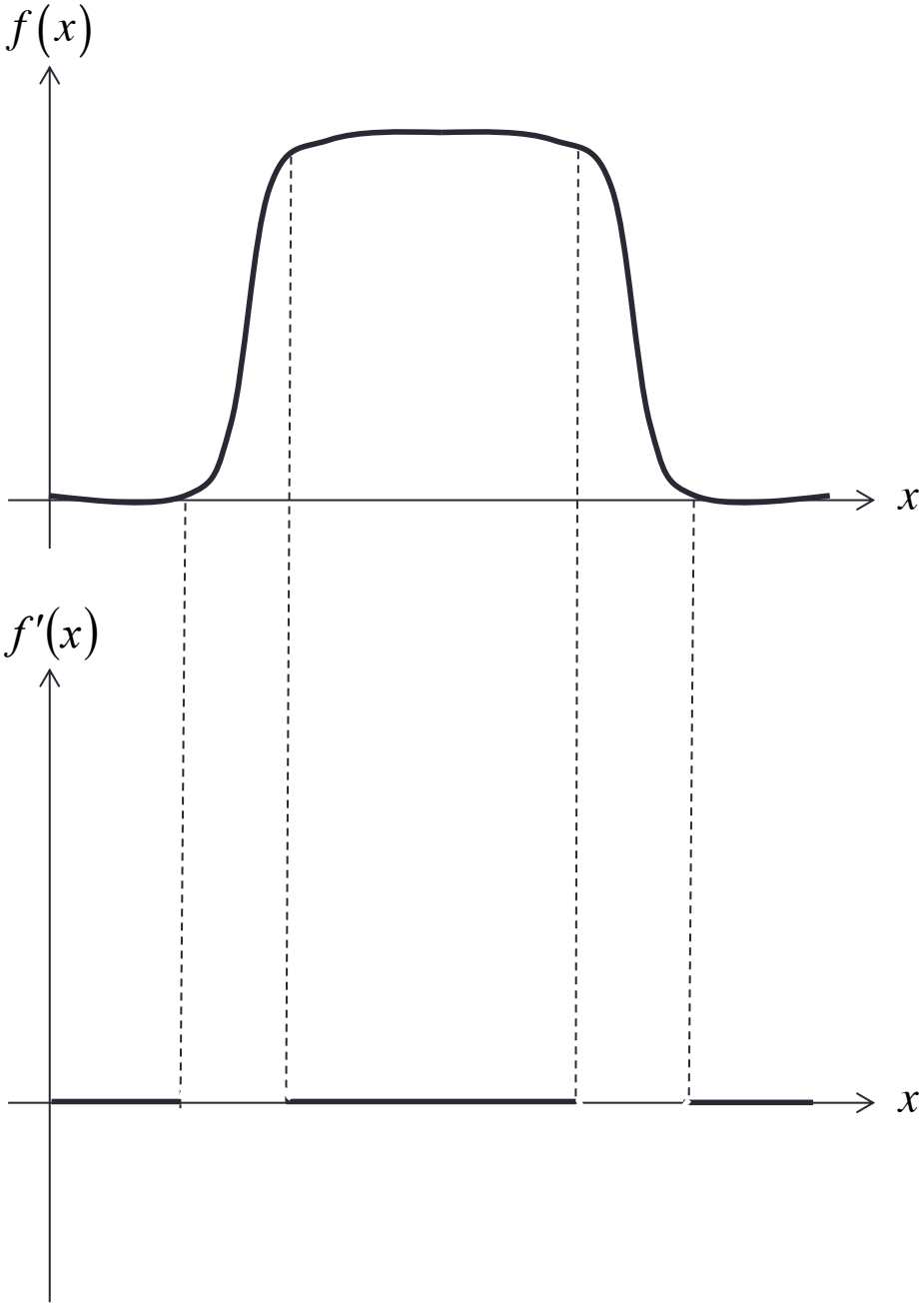
微小な変化分

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{df}{dx}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

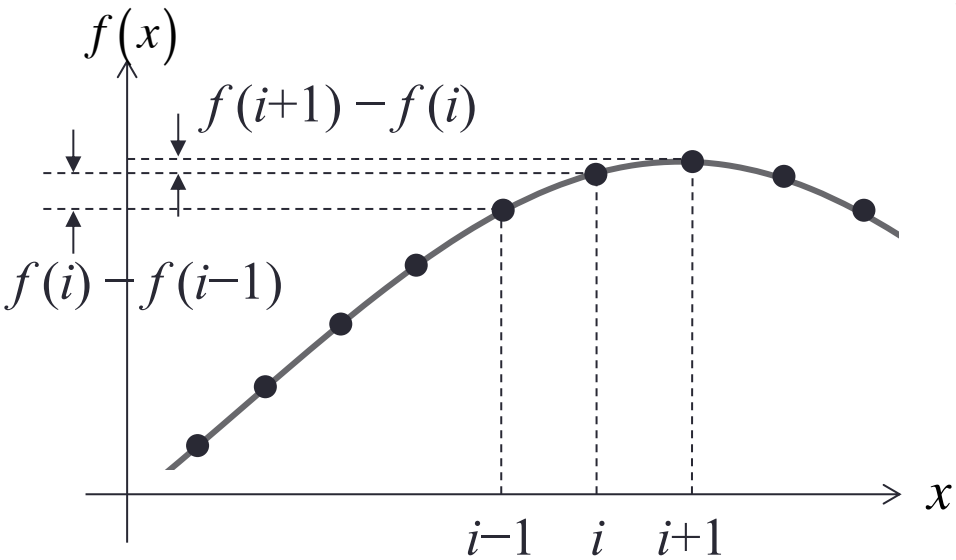


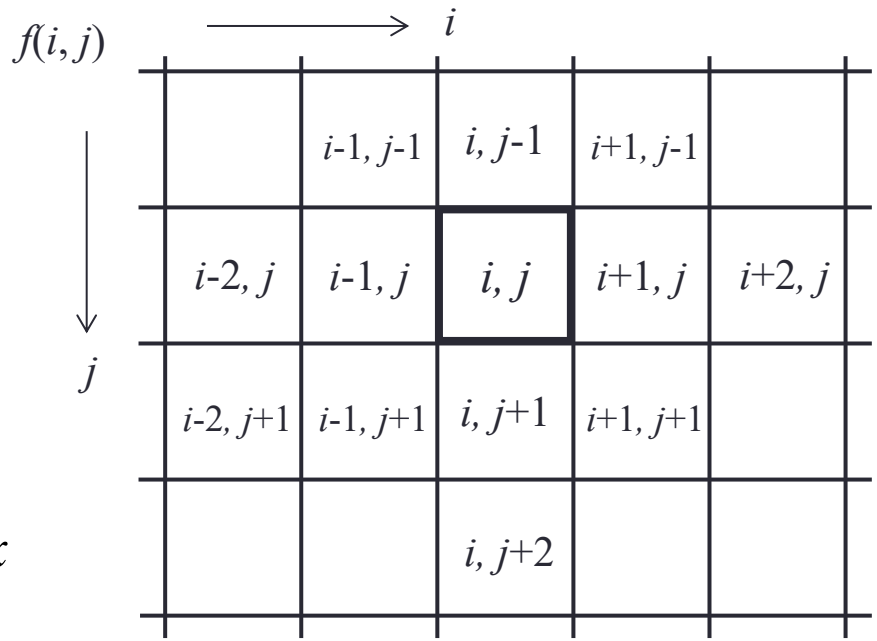
関数 $f(x)$ が微分可能であれば，$h \to +0$（右側微分）の場合も，$h \to -0$（左側微分）の場合も，その極限値は等しくなる



ディジタル画像における微分

ディジタル画像の場合には，微分は注目画素と隣接画素との差分で置き換えられる．ただし，隣接画素を右側にとるか，左側にとるかによって，一般に差分値は異なる





	右側差分	左側差分
横方向の差分 $\Delta_x f$	$\dfrac{f(i+1,j)-f(i,j)}{i+1-i}$	$\dfrac{f(i,j)-f(i-1,j)}{i-(i-1)}$
縦方向の差分 $\Delta_y f$	$\dfrac{f(i,j+1)-f(i,j)}{j+1-j}$	$\dfrac{f(i,j)-f(i,j-1)}{j-(j-1)}$

微分フィルタ

$$\Delta_{xR} f = f(i+1, j) - f(i, j)$$

0	0	0
0	−1	1
0	0	0

$$\Delta_{xL} f = f(i, j) - f(i-1, j)$$

0	0	0
−1	1	0
0	0	0

$$\Delta_x f_1 = \frac{\Delta_{xR} f + \Delta_{xL} f}{2}$$

0	0	0
$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
0	0	0

$$\Delta_x f = 2 \times \Delta_x f_1$$

$$\Delta_{yR} f = f(i, j+1) - f(i, j)$$

0	0	0
0	−1	0
0	1	0

$$\Delta_{yL} f = f(i, j) - f(i, j-1)$$

0	−1	0
0	1	0
0	0	0

$$\Delta_y f_1 = \frac{\Delta_{yR} f + \Delta_{yL} f}{2}$$

0	$-\frac{1}{2}$	0
0	0	0
0	$\frac{1}{2}$	0

$$\Delta_y f = 2 \times \Delta_y f_1$$

微分フィルタの出力画像

入力画像 f

横方向の差分画像 $\Delta_x f$

縦方向の差分画像 $\Delta_y f$

エッジ強度画像 G_{mag}
（勾配の大きさ）

各画素における横方向の差分: $\Delta_x f(i,j)$

各画素における縦方向の差分: $\Delta_y f(i,j)$

画素値の勾配の大きさ: $G_{mag}(i,j)$

画素値の勾配の方向: $G_{dir}(i,j)$

$$G_{mag}(i,j) = \sqrt{\left(\Delta_x f(i,j)\right)^2 + \left(\Delta_y f(i,j)\right)^2}$$

$$G_{dir}(i,j) = \tan^{-1}\frac{\Delta_y f(i,j)}{\Delta_x f(i,j)}$$

微分フィルタは，エッジの＿＿＿＿（濃度勾配の大きさ）と
エッジの＿＿＿＿（濃度勾配の方向）の2つ出力する

微分フィルタの改良

効果:　画像の濃淡が急激に変化するエッジ部分を検出できる
欠点:　画像に含まれるノイズに対しても敏感に反応する傾向にある

展望:　できるだけノイズを抑えながらエッジを抽出したい
対策:　微分と平滑化を組み合わせる

横方向の微分と縦方向の平滑化の組み合わせ

入力画像 → 横方向微分 → 縦方向平滑化 → 出力画像

縦方向の微分と横方向の平滑化の組み合わせ

入力画像 → 縦方向微分 → 横方向平滑化 → 出力画像

Prewitt filter

プリューウィットフィルタ
プレヴィットフィルタ

0	0	0
−1	0	1
0	0	0

横方向の微分フィルタ

0	1	0
0	1	0
0	1	0

縦3画素の平均フィルタ

≡

Prewitt filter（横方向）

0	−1	0
0	0	0
0	1	0

縦方向の微分フィルタ

0	0	0
1	1	1
0	0	0

横3画素の平均フィルタ

≡

Prewitt filter（縦方向）

Sobel filter

ソーベルフィルタ
ゾーベルフィルタ

0	0	0
−1	0	1
0	0	0

横方向の微分フィルタ

0	1	0
0	2	0
0	1	0

縦3画素の加重平均フィルタ

≡

Sobel filter（横方向）

0	−1	0
0	0	0
0	1	0

縦方向の微分フィルタ

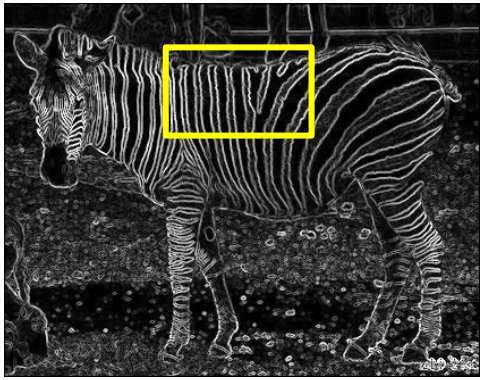
0	0	0
1	2	1
0	0	0

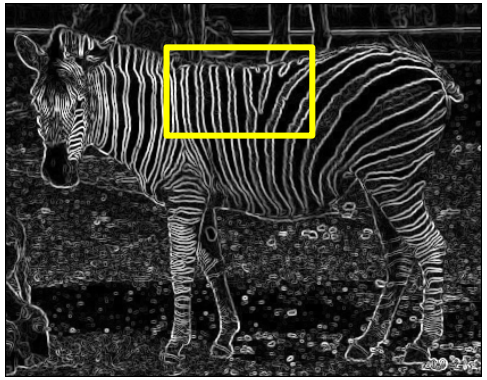
横3画素の加重平均フィルタ

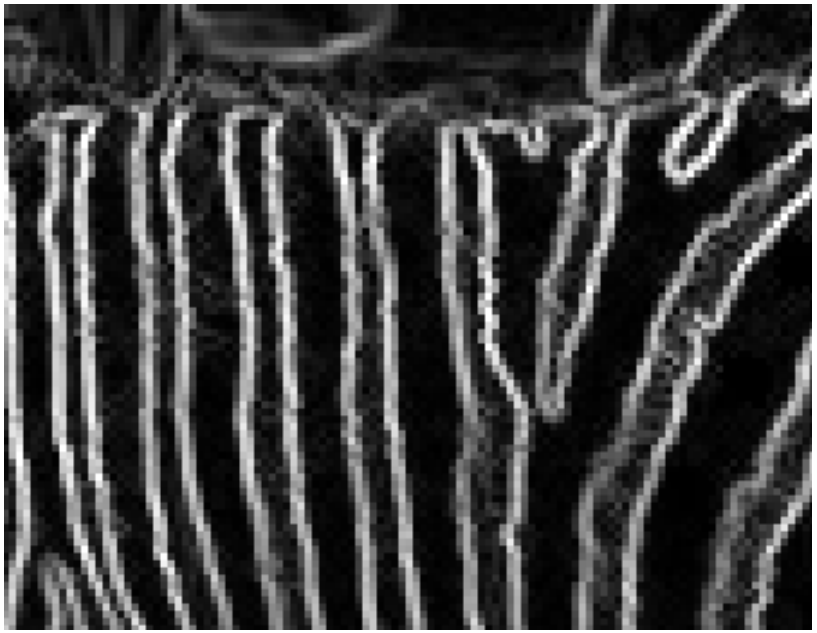
≡

Sobel filter（縦方向）

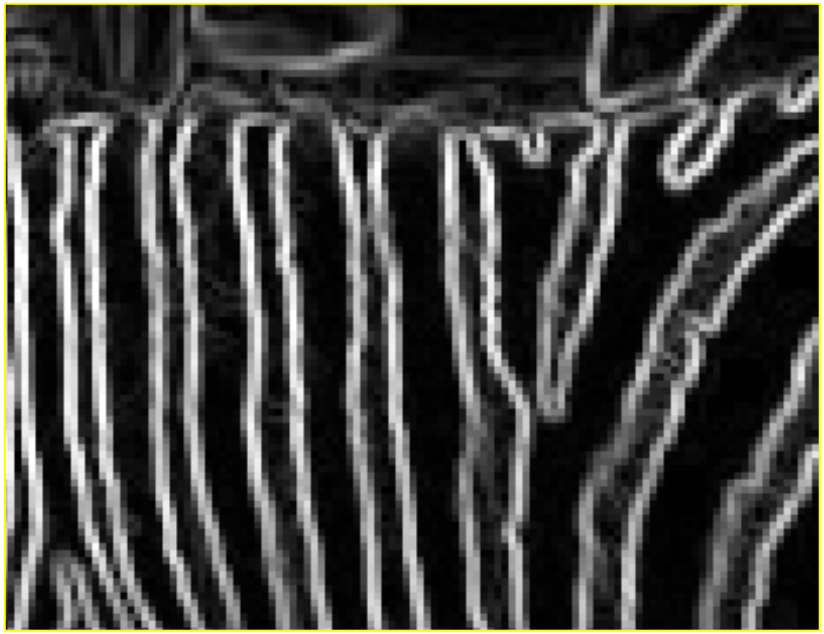
微分フィルタ vs. ソーベルフィルタ







微分フィルタのエッジ強度画像（拡大）



ソーベルフィルタのエッジ強度画像（拡大）

2次微分とラプラシアン

2次微分は，微分を2回繰り返すこと

ラプラシアンは2階微分の作用素であり，2次元の直交座標系では次のように定義される

画像は2次元の直交座標系

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

関数 $f(x, y)$ のラプラシアンは次式で定義される

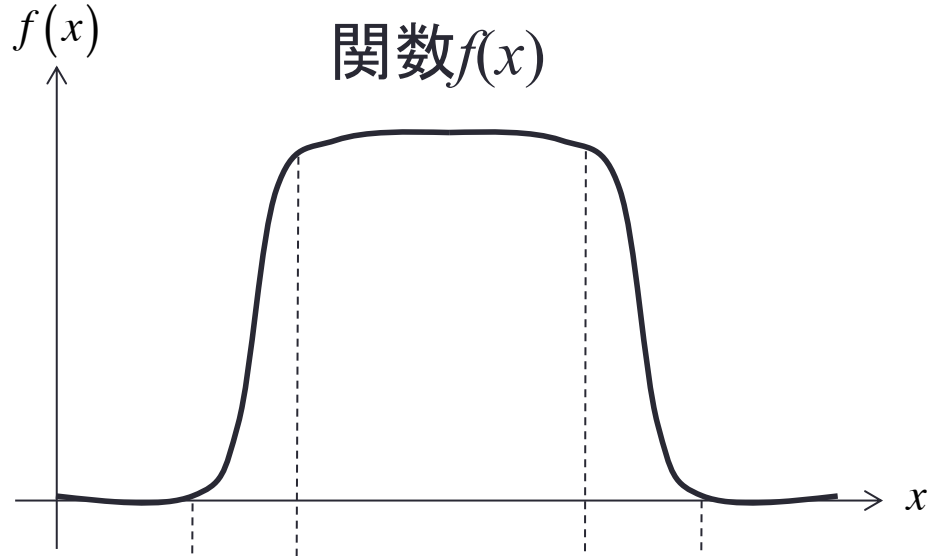
$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y)$$

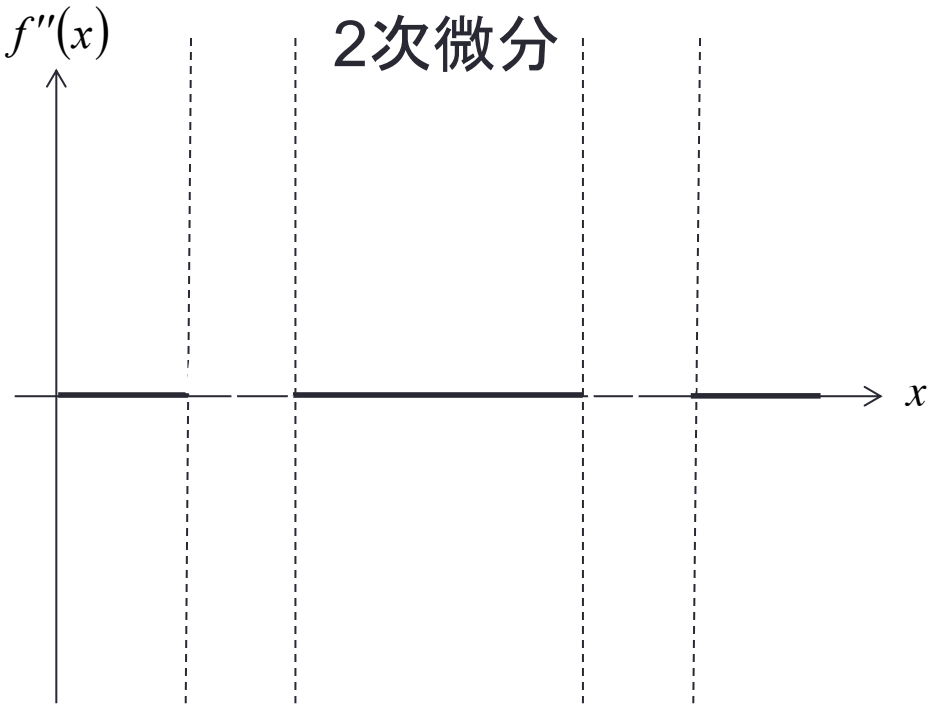
X軸方向の2次微分

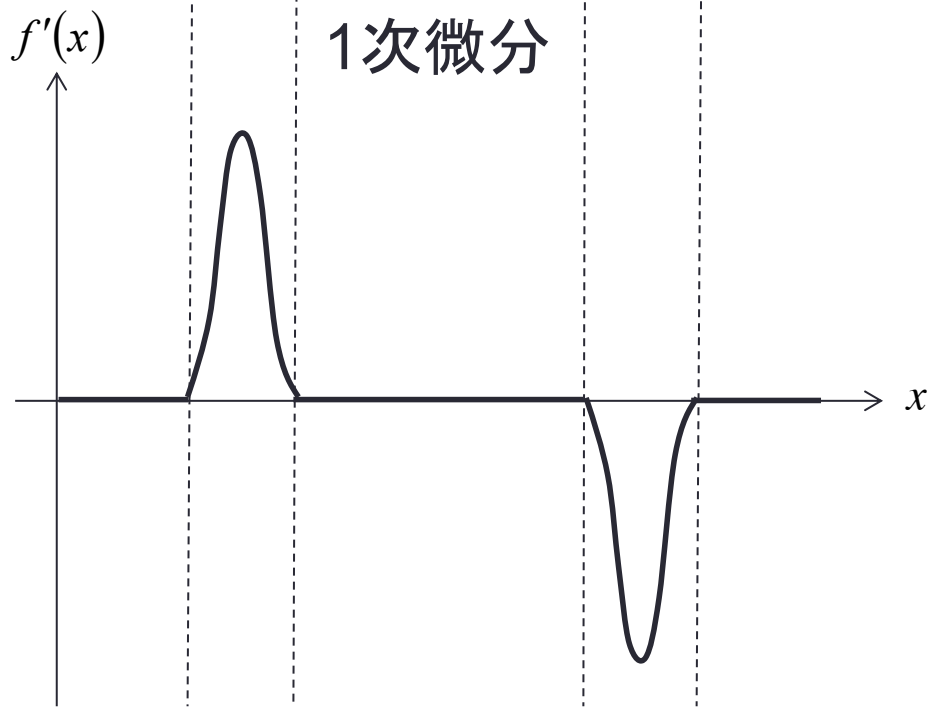
Y軸方向の2次微分

連続関数の2次微分

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\frac{df(x)}{dx} = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$$







2次微分の意味するところ

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x,y)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f(x+dx,y)-f(x,y)}{dx}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f(x,y+dy)-f(x,y)}{dy}\right)$$

$$= \frac{f(x+dx,y)-2f(x,y)+f(x-dx,y)}{dx^2} + \frac{f(x,y+dy)-2f(x,y)+f(x,y-dy)}{dy^2}$$

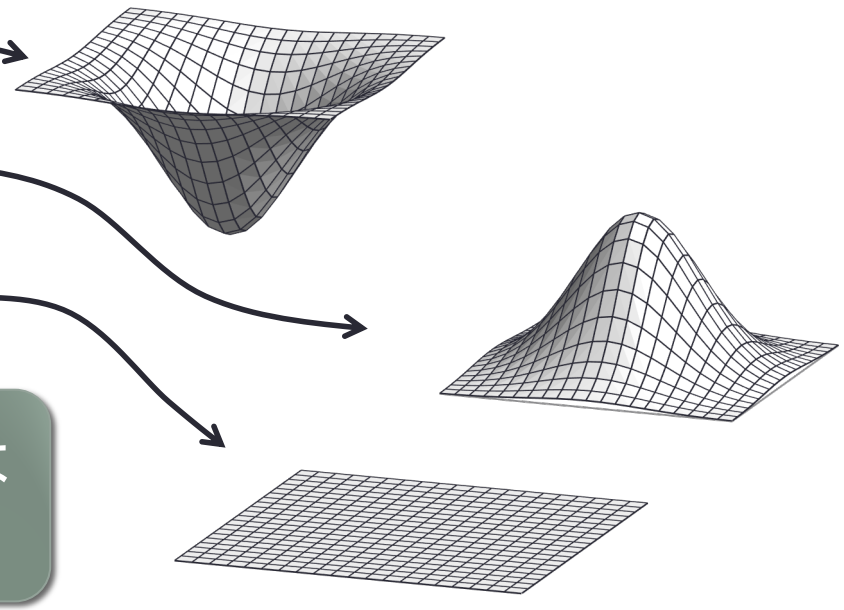
$dx = dy = dr$ とする

$$= \frac{4}{dr^2}\left\{\frac{f(x+dx,y)+f(x-dx,y)+f(x,y+dy)+f(x,y-dy)}{4} - f(x,y)\right\}$$

$\nabla^2 f(x,y) > 0$　谷底のような勾配

$\nabla^2 f(x,y) < 0$　山頂のような勾配

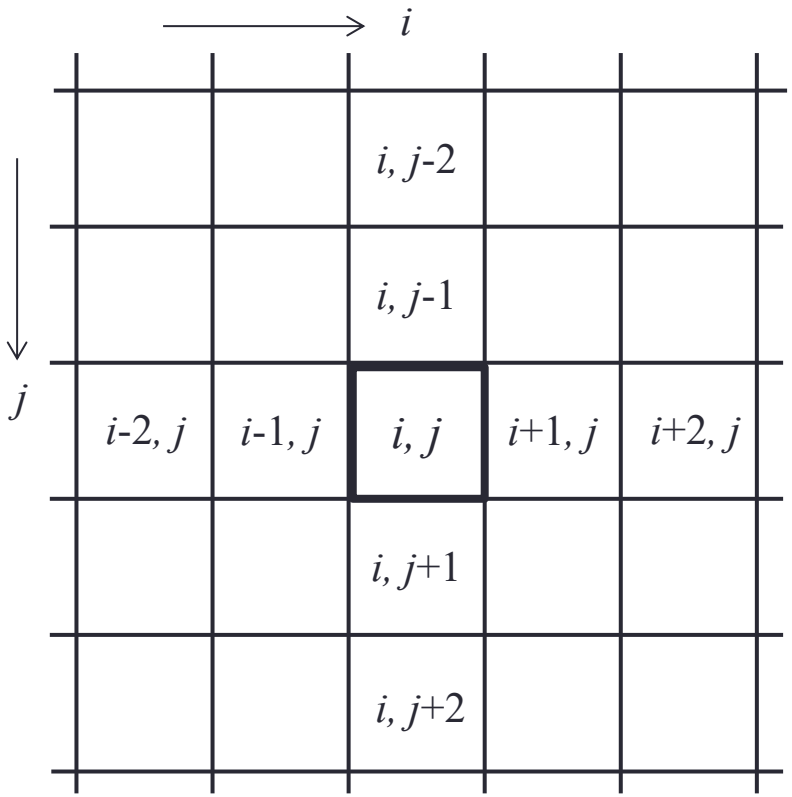
$\nabla^2 f(x,y) = 0$　平坦



ラプラシアンが意味しているのは

_____

画像の2次微分（差分）とラプラシアン



横方向の2次微分→ $\Delta_{xR} f - \Delta_{xL} f$

$$\Delta_x^2 f = \Delta_x \{ f(i+1, j) - f(i, j) \}$$
$$= \{ f(i+1, j) - f(i, j) \} - \{ f(i, j) - f(i-1, j) \}$$
$$= f(i-1, j) - 2f(i, j) + f(i+1, j)$$

縦方向の2次微分→ $\Delta_{yR} f - \Delta_{yL} f$

$$\Delta_y^2 f = \Delta_y \{ f(i, j+1) - f(i, j) \}$$
$$= \{ f(i, j+1) - f(i, j) \} - \{ f(i, j) - f(i, j-1) \}$$
$$= f(i, j-1) - 2f(i, j) + f(i, j+1)$$

ラプラシアン

$$\nabla^2 f = \Delta_x^2 f + \Delta_y^2 f$$

$$= \{ f(i-1, j) - 2f(i, j) + f(i+1, j) \} + \{ f(i, j-1) - 2f(i, j) + f(i, j+1) \}$$
$$= f(i-1, j) + f(i+1, j) + f(i, j-1) + f(i, j+1) - 4f(i, j)$$

ラプラシアンフィルタ (Laplacian filter)

0	0	0
0	−1	1
0	0	0

2つの1次微分の差

−

0	0	0
−1	1	0
0	0	0

0	0	0
1	−2	1
0	0	0

2次微分
フィルタ
（横方向）

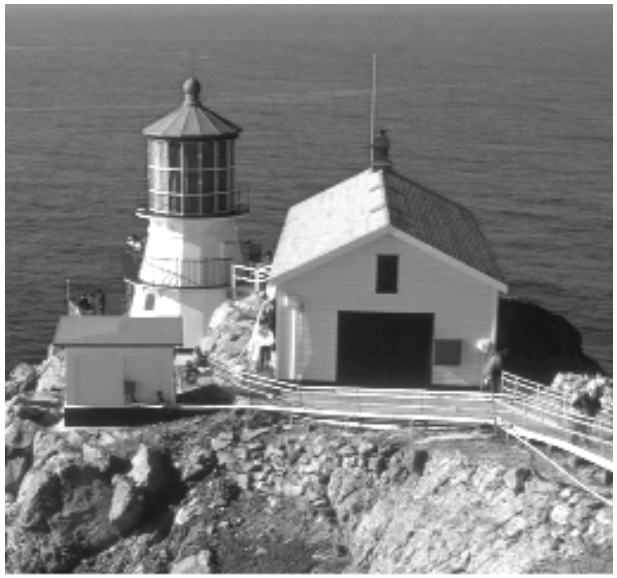
+

0	1	0
0	−2	0
0	1	0

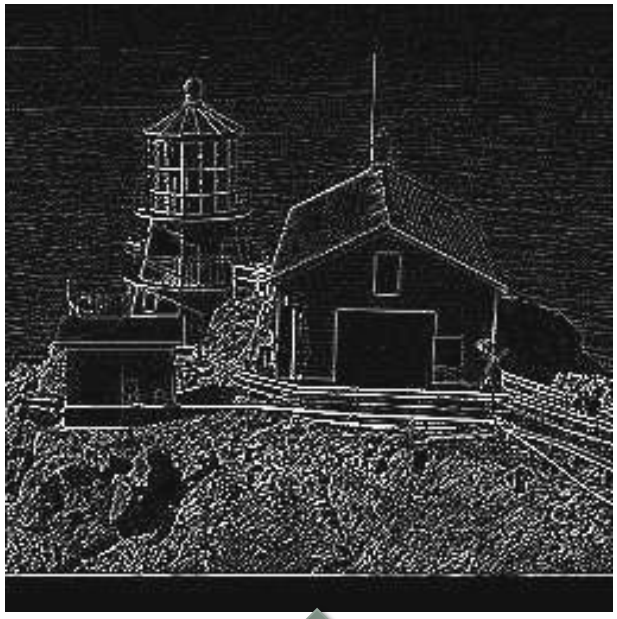
2次微分
フィルタ
（縦方向）

ラプラシアン
フィルタ

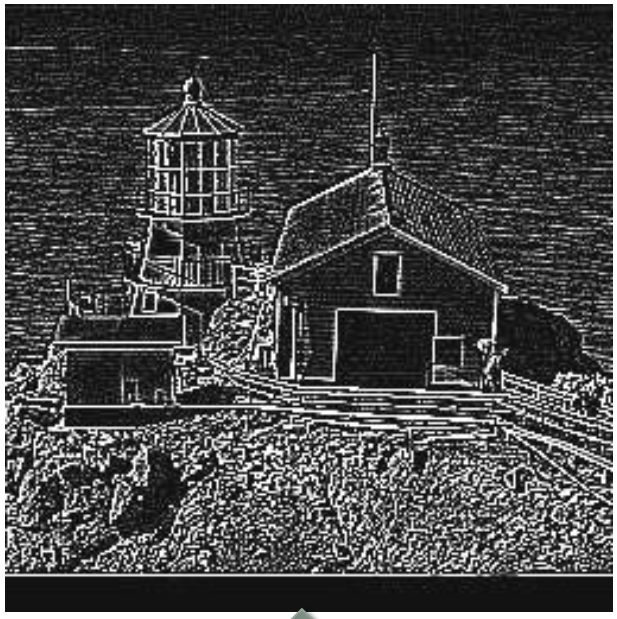
ラプラシアンフィルタの処理結果



入力画像



処理画像



処理画像

2次微分フィルタは
のみ
を出力する

0	1	0
1	–4	1
0	1	0

ラプラシアンフィルタ

ラプラシアンフィルタ（変形版）

鮮鋭化の考え方

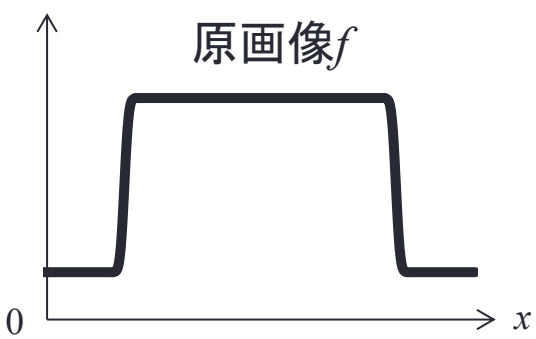
$$g(i,j)=$$

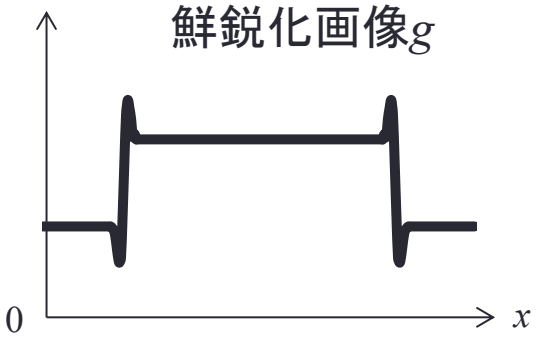
$$=f(i,j)-\{f(i-1,j)+f(i+1,j)+f(i,j-1)+f(i,j+1)-4f(i,j)\}$$

$$=5f(i,j)-f(i-1,j)-f(i+1,j)-f(i,j-1)-f(i,j+1)$$

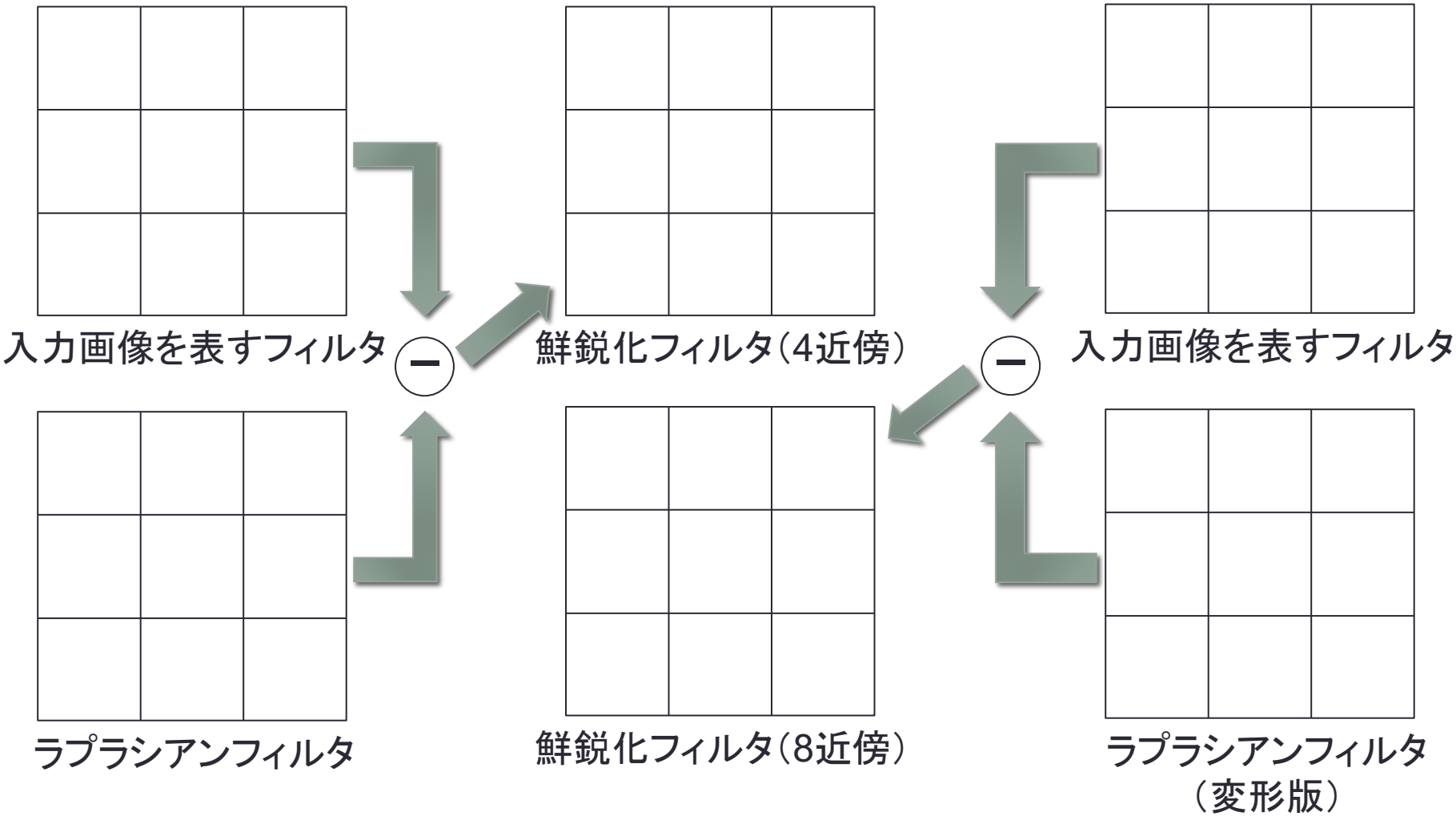
−

=





鮮鋭化フィルタ (sharpening filter)



鮮鋭化フィルタ (sharpening filter)

0	0	0
0	1	0
0	0	0

入力画像を表すフィルタ

−

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

ラプラシアンフィルタ

鮮鋭化フィルタ(4近傍)

鮮鋭化フィルタ(8近傍)

0	0	0
0	1	0
0	0	0

入力画像を表すフィルタ

−

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

ラプラシアンフィルタ
(変形版)

2014年　国家試験問題

３×３の空間フィルタを示す。
エッジの抽出に用いるのはどれか。２つ選べ。
ただし，数字は重み係数を示す。

1.

0	0	0
0	1	0
0	0	0

2.

1	2	1
0	0	0
−1	−2	−1

3.

−1	−1	−1
−1	9	−1
−1	−1	−1

4.

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

5.

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

2012年　国家試験問題

スパイク状ノイズの除去に効果的なのはどれか。

1. Sobel フィルタ
2. ハイパスフィルタ
3. メディアンフィルタ
4. ガウシアンフィルタ
5. ラプラシアンフィルタ

2010年　国家試験問題

５×５の画素から構成される画像を図Aに示す。図にBに示す加重平均フィルタで処理した後の太枠で囲まれた部分の画素値はどれか。ただし，図Aの数値は各画素値を示す。

0	0	0	0	0
0	10	10	10	0
0	10	10	10	0
0	10	10	10	0
0	0	0	0	0

図A

1	1	1
1	2	1
1	1	1

図B

1.　1

2.　2

3.　4

4.　5

5.　20

2009年　国家試験問題

デジタル画像処理のおけるエッジ検出フィルタはどれか。

1. ソーベルフィルタ
2. 加重平均フィルタ
3. 移動平均フィルタ
4. ガウシアンフィルタ
5. メディアンフィルタ

2008年　国家試験問題

画像が最も平滑化される空間フィルタはどれか。ただし，数字は重み係数を示す。

1.

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

2.

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

3.

$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

4.

$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{25}$

5.

$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$
$\frac{1}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{35}$
$\frac{1}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{35}$
$\frac{1}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{35}$
$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{35}$

2007年　国家試験問題

３×３の空間フィルタを示す．画像の鮮鋭化に用いるのはどれか。ただし，数字は重み係数を示す。

1.

$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

2.

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

3.

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

4.

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

5.

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0